DOLGOZATOK
A KIR. MAGY. PÁZMÁNY PÉTER TUDOMÁNYEGYETEM
PHILOSOPHIAI SEMINÁRIUMÁBÓL.
==================== 58. ==================

EGYES ÉRTELEMPRÓBÁK KORRELÁCIÓJA

ÍRTA

NOSZLOPINÉ VÉGH MARGIT

BUDAPEST, 1943.

Svlvester Rt., Budapest. — F. T.: Schlitt Henrik.
Felelős kiadó: Noszlopiné Végh Margit.

Egyes értelempróbák korrelációja.

Tanulmányunk korrelációszámítással és tényezőelemzéssel foglalkozik. Ezekkel az eljárásokkal oly módszert mutatunk be, amellyel lehetővé válik egyes értelemvizsgáló próbák összefüggésébe való belátás, továbbá megállapításainknak lehető exaktsággal való igazolása.

Anyagunk budapesti tanoncokon értelempróbákkal csoportosan végzett vizsgálatokból adódott.

Első fejezetünk az értelem fogalmát és vizsgálatát tárgyalja. A második fejezet ismerteti az alkalmazott próbákat, továbbá számszerű feldolgozásuk eredményeit. A harmadik fejezetben a korrelációszámítással foglalkozunk. A negyedik fejezet végül a tényezőelemzéssel és a belőle levonható következtetésekkel foglalkozik.

I. Az értelem fogalma és vizsgálata.

Az értelem vizsgálata a lélektan egész fiatal és mégis aránylag igen gazdag múltra visszatekintő ága. Alig félszázada, hogy ez a probléma a lélektani kutatásban felmerült. Azóta különböző oldalakról kiindulva kísérelték meg, hogy az értelmet az egyénnél mennyiségileg és minőségileg észleljék. Kétségtelen, hogy közben hibák s egyoldalúságok is előfordultak. Némelyek megszokták, hogy az embereket, vizsgálati személyeket minőségileg egyforma, homogén tömegnek tekintsék csupán, mintha nem is eleven emberek, hanem gépiesen visszaható mechanizmusok volnának. Az is előfordult, hogy az ú. n. „tiszta intelligenciá"-t túlbecsülték a lelkiélet irracionális erőivel szemben, illetőleg ezektől az erőktől és adottságoktól teljesen elszakítva tekintették. Tudjuk azonban, hogy az értelem mélyen benne gyökerezik az ember élettani alkatának, ösztönéletének és jellemvonásainak egészében. Még sem mondhatjuk, hogy az értelem vizsgálata feleslegessé, az erre szolgáló teszt-módszer pedig idejétmúlttá vált volna. Ezen a tényálláson nem változtat az a körülmény sem, hogy az értelem fogalmára és meghatározására vonatkozó vita *ma* sem tekinthető lezártnak.

E helyen túlságos kitérés volna, ha az értelmesség és értelem fogalmának különböző meghatározásait behatóan tárgyalnék, csak utalunk Kornis Gyula meghatározására, amely szerint a gondolkodásbeli működéseknek állandó diszpozícióit nevezzük értelmességnek (intelligenciának).[1] Ez a meghatározás ugyanis szerencsés szintézise a különböző egyéb meghatározási kísérleteknek. Így *W. Stern* az értelmességet az újszerű követelményekkel szemben való szellemi helytállás, alkalmazkodás képességének tartja. *Meumann* a gondolkodás és ítélés képességében látja az értelem mivoltát. *Spearman* szerint az egyes értelmi részképességek csak különleges módjai egy általános értelmességnek, mint össz-képességnek.

Már Meumann 3 nevezetes típusát különböztette meg az értelmességnek. Ezek a típusok, amelyeket Stern is átvett, a következők: 1. a befogadó vagy visszaadó és visszaható (receptív, reproduktív, reaktív) típus, 2. az alkotó (spontán, invenciózus) típus és 3. a kritikus típus. Az első akkor mutat fel kiváló teljesítményeket, ha az út pontosan elő van írva. A második már nem az emlékezet készletében találja meg legfőbb támaszát, nem a gyűjtő és értelmező munkában rejlik ereje, hanem a képzelőtehetség és intuició vezeti. A kritikai típus mintegy a kettő között áll. Önálló ugyan, és saját nézeteitől vezetteti magát, de ugyanakkor inkább nemleges természetű.

Az értelmességnek számos más felosztása közül nevezetes az elemző és az egységbefoglaló, továbbá a gyakorlati és az elméleti értelmesség megkülönböztetése.

Az elemző értelem taglal, problémákat, tényeket és megfigyeléseket boncol szét, a legkisebb különbségeket is észreveszi. Értékes oldala, hogy bonyolult kérdéseket képes tisztázni és minden részletet kimerítő pontossággal kikutatni. Szélsőséges

[1] Komis Gyula: A lelki élet III. köt. 1919. — 435. 1.

esetekben azonban kételkedéshez, a világnézet területén pedig nihilizmushoz vezethet. Ezzel szemben az egységben látó (szintetikus) típus a nagy összefüggések és magasabb egység meglátója. Az elméleti és gyakorlati értelem megkülönböztetésének — némelyek még harmadiknak a műszaki értelmességet is felveszik, sőt egyesek megkülönböztetnek elméleti műszaki és gyakorlati műszaki értelmességet is — főleg pályalélektani jelentősége van. Az első elméleti módszerességgel, az elvont logika követelményei szerint rendez, a második ellenben a gyakorlati követelményeket tartja szem előtt. A kétfajta intelligenciatípusnak nyilván megfelel az elméleti és gyakorlati pályák kétfélesége.

Mindezek azonban az értelmességnek nem meghatározásai, hanem csak felosztásai. A meghatározás jóval kevésbbé járt eddig kielégítő eredményekkel. Az idevonatkozó kísérletek és álláspontok két nagy csoportra oszthatók fel. Egyesek szerint (pl. Stern) az intelligencia valamiféle középponti képesség, pl. általános szellemi alkalmazkodóképesség, az egyénnek az a képessége, hogy gondolkodását újra meg újra más-más követelményekre állítsa be stb. Mások ellenben az intelligencia elnevezésben csak gyűjtőnevet látnak, különböző és egymástól eltérő funkciók számára. E szerint az az általános értelmi képesség, amelyről pl. *Spearman* is beszél, amidőn *general ability-t* említ, voltakép nem áll fenn. Spearman és *Krueger* épp az alább tárgyalandó korrelációs módszerrel törekedtek annak kimutatására, hogy minden intelligenciás teljesítmény közös középponti tényezőre vezethető vissza. Velük szemben pl. *Ziehen* az intelligenciában bizonyos intellektuális tényezők összműködését látja.

A cselekvéstan, pragmatizmus és viselkedéslélektan fedezte fel az intelligenciának szoros összefüggését a cselekvéssel. Egy *Plaget, Bühler,* továbbá — az amerikai behavioristák közül — *Thorndike, Termán, Haggerty, Childs* stb. az intelligenciát fejlődéslélektanilag is a törekvés és cselekvés eszközének fedezték fel. Piaget mellett a mélylélektan különböző irányai kezdik az értelmességet a törekvéssel, mégpedig az ösztönös erőkkel összefüggésbe hozni. Kétségtelen, hogy ezek az irányok igen termékenyen világítják meg az értelmesség mivoltát, eredetét és funkcióját. Csak nem szabad félreértenünk vagy túloznunk őket.

Nem szabad úgy vélnünk, mintha pl. ösztönös erők az értelem és gondolkodás tartalmát maradék nélkül meghatározhatnák, vagy mintha a gondolkodás nem volna képes önmagában megálló, tárgyi igazságok kutatására és megismerésére.

Vannak az intelligenciának oly rész-képességei, amelyek alapvetők, ellenben csak feltételei a gondolkodásnak, nem tartoznak hozzá szűkebb értelemben. Ilyen főleg a figyelem és az emlékezet. Nyilvánvaló, hogy nélkülük gondolkodásunk megbénulna. Ellenben a figyelem és az emlékezet egymagában még nem jelenti a sajátképen való gondolkodás képességét, amint ezt állatok és csecsemők körében könnyen megfigyelhetjük. Az olyasféle intelligenciás rész-képességek tehát, aminők pl. a logikai analógiák alkotása, különbségek megállapítása, ítélőképesség stb., egy felsőbb rétegét alkotják az, értelmességnek, a szűkebb, sajátosan intelligenciás képességek rétegét, és ez a réteg az alacsonyabbakra épül reá. Az „alacsonyabb“ szó itt fejlődéstani értelemben is vehető.

Fontos segítője a magasabb értelmességnek és gondolkodásnak a régi képzeteket és azok összefüggéseit oldó, valamint új összefüggéseket alkotó tevékenység, tehát a fantázia, a képzelet is. Kombináló és alkotó értelmi tevékenység nem lehetséges képzelet nélkül. Az értelmesség kifejlődésének biológiai gyökere az a körülmény, hogy az értelmesség előrelátást eredményez, és ehhez a képzelet az események lehetőségeinek rajzát szolgáltatja,[2]

Vannak, akik az értelmességnek egy harmadik, legfelsőbb rétegéről is beszélnek, ez volna a tulajdonképpeni gondolkodás, szellemi tevékenység, és ez jóval több, mint az említett részképességek működése. Egyesek — nálunk Harkai-Schiller és munkatársai — kísérletekkel igazolták, hogy értelmi működés az állatoknál is található, noha ezek szellemi életet nem mutatnak fel.

Az egyén értelmi képességeit teljesítményein át vizsgálhatjuk, mérhetjük meg. Az erre szolgáló lélektani kísérletet tesztnek, próbának nevezzük. Az amerikai *Cattell* alakította ki elsőnek a próba fogalmát, Próbákkal nem egyszerű, elemi, hanem

[2] V. ö. Harkai Schiller Pál: Pszichológia és emberismeret. 1934. 57. 1.

komplex lelki jelenségeket vizsgálunk: összetett, magasabb, értékes magatartásmódokat. A próba továbbá feladat-jellegû. Az értelmességi próbák elsősorban az általános értelmességet, nem pedig valamely különleges tehetséget vizsgálnak. Sok gyakorlati előny mellett kétségtelenül hátránya ennek az eljárásnak, hogy *így* elhanyagoltatnak s elvesznek azok az egyéni, minőségileg egymástól különböző intelligenciaformák, amelyek megfelelnek az egyén lelki alapformájának. Viszont pontos mérésre, tárgyilagos és lehetőleg kevéssé viszonylagos összehasonlításra, rangsorolásra, osztályozásra a teszt nyújt módot.

Az értelmességl-próbák kialakításán eleinte leginkább pszichiáterek fáradoztak, főleg abból a célból, hogy normális és gyengeelméjű emberek között különbséget tegyenek. Később *Sommer, Kraepelin, Ranschburg, Münsterberg* stb. foglalkoztak a kérdéssel. Csakhamar normális emberanyagra is alkalmazták a teszt-vizsgálatokat, elsőnek talán *Ebbinghaus* és *Ziehen. Binet* működésével lépett a lélektani próbák alkalmazása új stádiumba. Ez időből ered az intelligencia-hányados fogalma is (i. h.). Ugyanis Binet alkotta meg az intelligencia-kor fogalmát (i. k.). Egy 6 éves gyermek pl. beletartozhat a 8 éveseknek megfelelő életkorba (é. k.), és megfordítva.

$$\text{I. h.} = \frac{\text{i. k.}}{\text{é. k.}}$$

Magát az intelligencia-hányados fogalmát már voltaképp nem Binet, hanem *Stern* alkotta *meg,* de Binet gondolatai nyomán, azokat egy lépéssel továbbszőve. Binet kísérelte meg elsőízben, hogy a teszteket számszerűleg kiértékelje. Amerikában *Termán* sztenderdizálta a Binet—Simon-féle próbákat (Standard Revision, 1915). Amerikában aztán oly átfogó arányokat öltöttek a teszt-vizsgálatok, amelyek Európa valamennyi országát felülmúlják. Már az. 1914—18-as világháború alatt közel kétmillió embert vizsgáltak meg.

A komplex lelki folyamatok kiértékelése ilyenmódon kapcsolódott össze statisztikai ós matematikai eljárások alkalmazásával a lélektanban. A teszteljesítményeket, amelyeket a vizsgálati személyek elértek, pontszámokban fejezik ki, és a teljesítmény nagysága, valamint jósága szerint rangsorba állítják. Figyelembevevő a gyakoriságot (azt a körülményt, hogy hány vizsgálati személy érte el ugyanazt a teljesítményt) és a szóródást (a nagyobb és kisebb teljesítmény különbségének mértékét), meg lehet állapítani az átlagos teljesítmény nagyságát. Nem foglalkozunk a próbák statisztikai feldolgozásának összes problémáival. Tárgyunk csak a korrelációszámítás. Több, mint egy emberöltővel ezelőtt történt, hogy *Krueger* és *Spearman* szellemi teljesítőképességek között korrelativ alapon kutatott összefüggéseket. Ez időtől kezdve a korrelációszámítás nélkülözhetetlen segédeszköze lett a lélektani kutatásnak.

A korrelációszámítást akkor használjuk, ha két teljesítmény között az összefüggést kell kutatnunk. E nélkül komoly kutatás teszt-módszerrel el nem képzelhető. A szó tágabb értelmében korrelációnak nevezzük két variábilis mennyiség között az oly összefüggést, amelynél az egyik mennyiségnek az átlaga függ a másik mennyiség mértékszámaitól, de © függés közelebbi természetéről még semmit sem mondunk ki. Korrelációszámításnál ι tehát a teljesítmény vagy más lélektani adottság a vizsgálati személyek egy nagyobb számánál mennyiségileg kell, hogy valami módon kifejezést nyerjen. A fent említett, tágabb értelemben vett korrelativ összefüggést a legkülönbözőbb vonatkozásokban lehetne kutatnunk. Példa reá, ha, mondjuk, valaki arra volna kíváncsi, hogy mi az összefüggés a fej körfogata és az értelmesség foka között. A szó szűkebb értelmében korrelativ összefüggés, korreláció akkor áll fenn két változó mennyiség között, ha ez az összefüggés a lineárishoz közeledő természetű. Lineáris az az összefüggés, amidőn az egyik adottság növekedésével a másik is növekedik, és viszont. Ritka esetben fordul elő a lélektanban, hogy az egyik mennyiség növekedésével a másik mennyiség fogyjon. Ez az eset volna az átmenet a szűkebb és tágabb értelemben vett korreláció között.

Lazarsfeld nyomán meg kell különböztetnünk alkotó jegyeket és változtatható jegyeket amaz adottságok körében, amelyeknek korrelációs összefüggéseit kutatjuk. PL hogyha azt kutatjuk, hogy 4—9 hónapos csecsemők közül hány tud ülni 4, 5, 6, 7, 8 és 9 hónapos korában, hány nem, akkor az ülni-tudás, illetőleg nem-tud az az alkotó, a hónapokban megadott életkor a változó jegy. Az alkotó jegy *(konstituierendes Merkmal)* által meghatározott tömeg a változó jegy *(variables Merkmal)* változatai által tagolt, felosztott. Ez a felosztás lehet egészen elnagyolt. Ilyen pl. az ú. n. vagylagos tulajdonság. Pl. egy család tagjai lehetnek alacsonyak vagy magasak, az agglegények lehetnek szőkék vagy barnák stb. Finomabb különbségeket is megadhatunk azonban, pl. ha a család tagjait génbiológiai rokonság szerint osztályozzuk, mondjuk, különféle terheltség megnyilatkozása szerint. Rangsornak nevezzük a felosztást abban az esetben, ha egészen az egyesekig megy vissza, és ezeket pl. valamely képesség foka szerint sorolja fel, így, mondjuk, egy iskolai osztály tanulóit a matematikai képesség szerint. Mérték szerint rendezünk, végül, ha nem viszonylagos rangot, hanem abszolút mértéket adunk meg, pl. ha az osztály tanulóit nagyságuk szerint soroljuk. A mérték szerint való rendezés folyamatos vagy megszakított lehet. Pl. a testmagasság folyamatosan változik, ellenben, ha pl. ifjak szám-emlékezetét használjuk fel változtatható jegy alapjául, akkor ez utóbbi megszakított lesz, mert két vizsgálati személy emlékezet-teljesítménye között legalább egy egészszám a különbség. A gyakorlatban a folyamatos mértéket át szoktuk alakítani megszakította, pl. a testmagasságot is egész centiméterekkel mérjük.

A kialakult korrelációszámítási módszerek közül az egyik legfontosabb eljárás a *Yule-féle.* Ezzel a számítási móddal az alternatív korreláció eseteinél élhetünk. Pl. magyar nyelvből vannak jó és rossz előmenetelű gyermekek az elemiben, és ugyanígy a középiskolában. A korreláció nyilván annál nagyobb, minél nagyobb amaz esetek száma, akik mind a két iskolafajban jó, vagy mind a kettőben rossz osztályzatot kaptak magyar nyelvből ugyanazok a gyermekek közül.

A Yule-féle számítást négymezős számításnak is szokták nevezni, mert pl. a fenti esetet a következőképpen írhatjuk le:

Magyar nyelvből

	jókrosszak		összesen
az elemi iskolában	ab		a. + b
a középiskolában	cd		c + d
Összesen:	a + c	b + d	a + b + c + d

Ebből a felállításból az ú. n. Yule-féle koefficiens:[3]

$$q = \frac{a.\,d - b\,.\,c}{a.\,d + b\,.\,c}$$

Ez az együttható +1, ha a korreláció a legnagyobb, — 1 ellenben teljes antikorreláció esetében, és mindig e két szélső határ között áll.

Ha az alternatív felosztást választjuk, akkor korrelációt számítani a Yule-féle együtthatóval a legalkalmasabb.

Ha egy alternatív és egy kvalitatív fokozatokba szedett tulajdonság korrelációját akarjuk számítani, akkor Lazarsfeld a következő együtthatót ajánlja:[4]

$$\frac{100}{M} \qquad \frac{(Ai - Ai)}{Xi}$$

E képletben A i = az empirikus érték minden rovatban. A i = a hozzátartozó függetlenségi érték (az a fiktív értékszám, amely abban az esetben állna elő, ha az egyik tömeg rovataitól független volna az, összefüggés a másik tömeg rovataival). M = a rovatok száma.

Ha egy tömeget két szempontból rangsorolunk, akkor a korreláció kérdése azt jelenti, hogy mennyire tér el az egyik szempontból készített rangsor a másik szempontból készítettől. Hogy a két rangsor párhuzamos-e, és ha nem, hogy mennyire térnek el egymástól, az attól a különbségtől függ, amely megmutatja, hogy az egyes egyének helye az egyik rangsorban mennyire különbözik a másik rangsorban elfoglalt helyétől. Minél nagyobbak a különbségek, annál kisebb a korreláció. Azonban, — noha természetesnek látszana — e különbségek átlaga nem lehet a korreláció mértéke, mert az mindig = 0, mivel a pozitív és negatív rangkülönbségek összege mindig

[3] Sem ennek, sem az alábbiakban ismertetett együtthatóknak matematikai levezetését nem közöljük, mert ez minden kézikönyvben megtalálható. Ellenben a betűjelek magyarázatát megadjuk, mert így mindenki tud velük számolni, akinek szüksége van rá.

[4] Nyomdatechnikai okokból a kis szigmát a szövegben latin betűkkel nevével kiírjuk, a képletekben pedig a görög betűvel jelezzük. Ugyanígy járunk el a nagy szigmával is. Tehát: cr = szigma, *2* = Szigma.

egyenlő. Ellenben a különbségek szóródása a 0-átlag körül annál nagyobb, minél nagyobbak maguk a különbségek. így már a szóródás négyzetes eltérésének középértéke, a szigma fontos felvilágosítást tud adni a korrelációról: ha a szóródás növekedik, a korreláció fogy, és viszont. A korrelációs együtthatókat azután úgy szokás megszerkeszteni, hogy a korreláció növekedése, illetőleg fogyása szerint + 1-től — l-ig változzanak.

A rangkorrelációs együttható leghasználatosabb formája a Spearman-féle:

$$r = 1 - 6\,\frac{\Sigma (u_i - v_i)^2}{n\,(n^2 - 1)}$$

ahol U_f = az egyes egyéneknek egyik szempont szerint való rangja, v_f = a másik szempont szerint való rangja, η = az esetek száma. Ennek az együtthatónak a számítása egyszerű. Ha pedig több személynek volna ugyanaz a rangja, akkor ezeket a rangokat összefoglaljuk, és mindeme személyek e rangok átlagát kapják.

Erre az együtthatóra hasonlít a *Rupp-féle,* amely szintén a differenciák átlagos variációját tekinti a két sor korrelációs mértékének.

$$V = \frac{\Sigma (w_i)}{n}$$

Ebben az együtthatóban W_i = U_i—v_l, tehát az átlagos rangeltolódást jelenti, ha az U_1—V_1 előjelét elhagyjuk.

Lipmann szintén a különbségek abszolút összegét veszi korrelációs mértéke alapjául, és a két sor összefüggésének módját a középérték és a két quartil-érték különbségével jellemzi. Képletét százas skálára dolgozza ki. E képlet előnye, hogy a két quartil-érték által felvilágosít a rangkülönbségek elosztódásáról. Nagy hátránya azonban, hogy a *Spearman* együtthatóval nem lehet összehasonlítani, és így főleg az amerikai kutatási eredményekkel sem, mert azok egyedül ezt az együtthatót használják.

Megemlíthetjük még *Deuchler* együtthatóját:

$$k + i$$

ahol k = az a szám, ahányszor a rangsorban egy számot egy nagyobb és i = az a szám, ahányszor ugyanazt a számot egy kisebb szám követi abban a másik rangsorban, amely és az első rangsor között a korrelációt keressük. Itt azért is igen könnyű a számítás, mert könnyen belátható, hogy

$$k + i = \frac{n(n - 1)}{2}$$

ahol n = az esetek számával. Tehát az i vagy k puszta megszámlálásából kiszámíthatjuk a másikat.

Természetesen ennek az együtthatónak is nagy hátránya, hogy kevéssé terjedt el. Előnye, hogy lehetővé teszi a rangkorreláció grafikus ábrázolását. Ha a két rangsort egymás mellett függőlegesen felírjuk, és az egyének helyét bennük egy egyenessel összekötjük, akkor minél nagyobb a korreláció, annál több a párhuzamos, és minél kisebb a korreláció, annál több az egymást metsző egyenes. Az így keletkező metszőpontok száma = i.

Mérték-korrelációról akkor beszélhetünk, ha a két változó jegy, amelyek szerint a tömeget felosztottuk, mérhető és mennyiségileg rendezett. Azonban az egyik jegy egy értékének a másik jegy egész felosztása felel meg. A két jegy összefüggése pedig abban nyilvánul meg, hogy az egyik jegy részlet-osztályai valami módon a másik jegy értékskálája szerint is változnak. Tulajdonképpen ezt az összefüggést nevezhetjük igazi korrelációs összefüggésnek. Teljesen független a két jegy akkor volna egymástól, ha átlaguk és szóródásuk egyenlő volna, vagyis az egyiknek részletosztályai mind egyenlőek lennének a másiknak részletosztályai számára. Minél kisebbek a részletszóródások, annál nagyobb az összefüggés, legnagyobb természetesen akkor volna, ha minden részletszóródás egyenlő volna 0-val. Ezért mondja ki Lazarsfeld, hogy tágabb értelemben két változó jegy korrelációja a két jegy korrelációs összefüggésének közeledése a funkciós összefüggéshez.

Ezt az összefüggést legegyszerűbben a Bravaisi—Pearson-együtthatóval számíthatjuk:

$$r = \frac{\Sigma x y}{\sqrt{\Sigma x^2 . \Sigma y^2}}$$

Ebben az együtthatóban χ és y egyenlő a két változó jegy mértékértékei eltéréseivel saját átlaguktól. Akár x-ből, akár y-ból indulunk ki, ugyanazt az együtthatót kapjuk, tehát az az x- és y-ban egyaránt szimmetrikus.

Meili szerint a Bravais—Pearson együttható adja a legvilágosabb elméleti belátást a két jegy összefüggésébe. Jelentése a következő: az eltérések szorzatának összegét (Szigma xy) elosztjuk a hozzátartozó standard-eltérések és az esetek számának szorzatával, annak az elgondolásnak alapján, hogy

$$\sigma = x \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n}}$$

Ez utóbbi műveletre azért van szükség, hogy függetlenek lehessünk attól a két tulajdonságtól, amelyeknek összefüggését keressük, úgyszintén a rájuk alkalmazott mértéktől. Az ezzel a képlettel való munka Meili eljárása szerint számítási hiba lehetőségét rejti magában a sok apró részletszámítás miatt, úgyhogy lényegesen egyszerűsíthető a szigma bevezetésével. Tehát

$$r = \frac{2xy}{\eta\sigma\chi^2\sigma\nu^2}$$

Ez a képlet, ha a redukciós vonalak egyenesek, vagyis ha a megoszlás minden szempontból szimmetrikus, egyenlő a másik képlettel. Ha nem ez az eset áll fenn, akkor az aszimmetria irányát ós nagyságát a korrekciós eljárással állapítjuk meg Ezt Szigma χ y-ra úgy kapjuk meg, hogy Szigma χ és Szigma y szorzatát n-nel osztjuk és ezt az értéket kivonjuk a Szigma χ y ból. A nevezőt illetőleg ezt a korrekciót a szigmában már elvégeztük, ahol $\frac{\Sigma x^2}{n}$ kivontuk a $\left(\frac{\Sigma x'}{n}\right)^2$ -t és ugyanígy jártunk el a szigma y esetében is. Ez, a módszer így a munka nagy egyszerűsítése és csökkentése mellett pontos és hű képet ad a korreláció mivoltáról.

II. Eljárásunk és a használt próbák ismertetése.

A vizsgálatokat 1942 nyarán budapesti és környékbeli, 14—18 éves fiú- és leányiparostanoncokon végeztük. 1000 fő adatait dolgoztuk fel, melyből utóbb ötöt külső okoknál fogva el kellett ejteni. Iskolázottságuk alapján két nagy csoportra oszlanak: elemit, vagy legalább egy-két középiskolai osztályt, és a legalább négy középiskolát végzettekre. Mindkét csoporttal ugyanazt a vizsgálatot végeztük, de a kapott eredményeket külön-külön dolgoztuk fel.

A korrelációszámítást megelőző vizsgálatok t. i. arra is vonatkoztak, hogy a vizsgáltakat milyen csoportokra lehetne osztani, vájjon van-e el nem hanyagolható különbség fiúk és leányok, elemi és középiskolát végzettek, az alkalmazott párhuzamos A és B próbasorozat között?

Ezek a Gauss-görbék azután azt bizonyítják, hogy a fiúk és leányok teljesítményei meglepően, az A és B sorozatéi pedig nagyjából megegyeznek, ezeknél megkülönböztetéseket tenni nem volt érdemes. Ellenben az elemi iskolások Gauss-görbéje általában balfelé, a középiskolásoké pedig jobbfelé aszimmetrikus, ami azt mutatja, hogy a próbák az előbbiek számára kissé nehezebbek, utóbbiak számára pedig aránylag könnyebbek voltak.

így önként adódott az a szempont, hogy a vizsgálati eredményeket egyelőre csak e két csoport, az elemi- és középiskolások szerint dolgozzuk fel.

Azoknak a vizsgálatoknak, amelyek anyagán számításainkat végeztük, egyik célja a tanoncok értelmességi fokának megállapítása. Az értelmességet kutató vizsgálati részből dolgoztuk fel öt próba eredményeit.

Nem tárgyaljuk disszertációnkban az értelmesség és figyelem, illetve az értelmesség és emlékezet, az általános értelem és az egyes próbákban elért eredmények viszonyát, úgyszintén az alkalmazott két párhuzamos próbasorozat korrelációját sem. Tervbevettük azonban, hogy ezeknek feldolgozásban álló anyagát idővel egy másik tanulmányban közöljük majd.

Az alkalmazott próbák mindegyikében 10 részfeladat van, és az eredmény maximuma mind a 10 részfeladat megoldása.

Az értékelésnél mindegyik részfeladat megoldása egyforma súllyal egy pontnak számítódik, tehát a vizsgálati személy elvben 50 pontot érhet el. A próbák a következők:

1. *Szemléletes villám.* Minden részfeladatra külön külön adunk utasítást, amit nem ismétlünk meg és példával sem illusztrálunk, de erre a tényre előre figyelmeztetjük a vizsgálati személyeket. Az utasításnak csak szórói-szóra való végrehajtása számít helyes megoldásnak. Pl. az első részfeladat két sor pontot ábrázol. Utasítás: „a felső sorban karikázzanak körül minden harmadik pontot, az alsó sorban pedig húzzanak keresztül minden negyedik pontot!“ Munkaidő: 20“. Stb.

2. *Elvont villám.* Az általános feltételek azonosak a szemléletes villáméival. PI. a negyedik részfeladat egy mondat: „Légy szorgalmas, különben az életben nem fogsz boldogulni.“ Utasítás: „húzzák alá azt a szót, amelyik ebben a mondatban a legfontosabb! Csak egy szót szabad aláhúzni.“ Munkaidő: 20“. Stb.

3. *Sorbarendezés.* (Meili nyomán.) 10 — négy-négy képecskéből álló — sorozat, amelyek egy-egy folyamat kifejlődését ábrázolják és amelyekben a képek nem a helyes történeti sorrendben vannak. Feladat: az összefüggések felismerése után a képsorozatokat sorba kell rendezni. A munka megkezdése előtt közösen beszéljük és oldjuk meg a fedőlapon lévő mintát, egy cserép virág növekedését ábrázoló képsorozatot rendezünk sorba. Munkaidő: 6'.

4. *Analógia.* (Meili nyomán.) 10 részfeladatból áll. A lap baloldalán lévő két egyszerű geometriai ábra analógiás viszonyban áll egymással. A harmadik mezőben van egy új pár első megadott alkotórésze, amelyből az utolsó mezőben meg kell rajzolni az első két kép között felismert analógia mintájára a negyediket. Pl. az első mezőben van egy kis kör, a másodikban egy nagy kör. Megadott alkotórész: harmadik mezőben kis háromszög; megoldás: a 4. mezőbe belerajzolunk egy nagy háromszöget. Itt is közösen elvégzett példa előzi meg a munkát. Munkaidő: 7'.

5. *Közmondásokhoz azonos jelentésű mondatok hozzárendelése.* A feladat 5 kettős részre tagozódik. Egy-egy részfeladat élén két, elütő nyomással szedett közmondás áll, mellettük egy-

egy üres kocka. Utánuk hat „hasonló mondás“ van. Feladat: a hat megszámozott hasonló mondás közül kikeresni azt, amelynek értelme ugyanaz, mint az első, illetve második közmondásé és ennek a mondásnak a számát beírni a közmondás mellett lévő üres kockába. A tennivalókat közösen megbeszéljük, de példát közösen nem végzünk el. Pl.:

A) NEM MIND ARANY, AMI FÉNYLIK; D

B) KI MINT VET, ÚGY ARAT. D

Hasonló mondások:

1. Az aranyat más anyagokkal ötvözik és így készítenek belőle tárgyakat.

2. Egyesek a munkában, mások a szórakozásban találnak több örömet.

3. Sikert, jó eredményt csak az érhet el, aki kitartóan és szorgalmasan dolgozik kitűzött célja érdekében.

4. A nap fénye jótékony hatással van a vetésekre.

5. Az aratás nagyobb munka, mint a vetés.

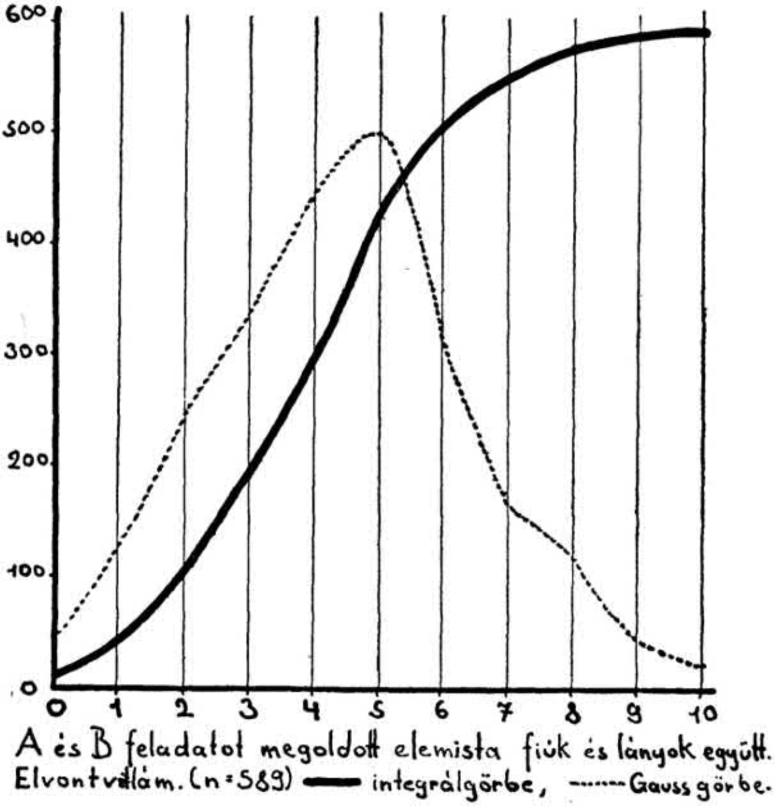
6. A dolgok is, személyek is gyakran értékesebbeknek látszanak, mint amilyenek, mert csinos külsejük megtéveszt bennünket.

Megoldás: az A) közmondással egyértelmű a hatodik, a B) közmondással a harmadik hasonló mondás, tehát a megfelelő közmondás mellett lévő üres kockába a 6, illetve 3-as számot írjuk be. Munkaidő: 8'.

Gauss- és integrálgörbék.

Az ismertetett eljárásunkkal nyert anyag megoszlásáról példaképpen bemutatjuk az egyik nagy csoport, az elemi iskolát végzett vizsgáltak Gauss-, illetve integrálgörbéjét az elvont villám-próbában elért teljesítmények szerint.

A Gauss-görbe mutatja, hogy noha irányában állandó és egy-csúcsú, mégis némileg aszimmetrikus: bal fele nem emelkedik eléggé egyenletesen, hanem a 2—4. pontok között szinte egyszinten mozog; jobb felén pedig a hirtelen esést az 5. pont után a 8. pont aránylagos magassága követi. Feltehetjük, hogy ez onnan származik, hogy ennek a próbának a 8. pontja a 7.-kel szemben „könnyebb“ a mi vizsgálati anyagunknak. Tudniillik a 7. pontban arra a kérdésre kell válaszolni, hogy az anya mindig magasabb, bölcsebb, műveltebb, öregebb, ráncosabb-e, mint a leánya? Anyagunk tanúsága szerint ezt a pontot többször oldják meg helytelenül, mint a következő 8-as pontot,



1. számú ábra.

amelyben ezeket a főnévi igeneveket: „elfogni, lopni, büntetni, ítélkezni, üldözni“ kell az események szempontjából sorbarendezni. Mármost serdülőkről lévén szó, akik anyjukhoz még erősen kötődnek, talán kegyeletből nem választják sokszor a nyilvánvaló „öregebb“ megoldást, hanem érzelmeikre hallgatva részesítik előnyben sokszor a „bölcsebb“ és „műveltebb“ megoldást. Ellenben a 8. pont, ahol a lopás és következményei szerepelnek, éppen abban a társadalmi osztályban, ahonnan a legtöbb tanonc kikerül, igen gyakran átélt valóság, tehát itt nincs kételyük a megfelelő sorrend tekintetében· Hogy elsősorban az élmény determinálja a megoldás kiválasztását, arra látszik utalni az a tény is, hogy éppen erre a nyolcadik pontra adott rossz válaszoknak elég nagy százalékában az a hiba, hogy így írják le sorrendet: „lopni, üldözni, elfogni, *büntetni, elítélni“* — vagyis a vizsgálati személy magáévá tette azt az annyira elterjedt felfogást, hogy a dehonesztáló, az elítélendő nem a megkísérelt vagy végrehajtott bűn, hanem az érte elszenvedett büntetés — aminek pedig tulajdonképpen az egyén szempontjából az üldözést le kellene zárnia.

Hasonló módon magyarázhatjuk a görbe baloldalán ábrázolt 2. és 3. pont közötti aránylagosan kicsi emelkedést. A 2. pont („engedetlen szigorúan gyermekét a lelkiismeretes megbünteti atya“ szavak mondattá rendezése) szintén eleven érzelmi valóság a serdülők «lőtt, a 3. pont ellenben (az N betű után következő O betűk összeszámlálása egy betűsorozatban) már inkább figyelem vizsgáló jellegű, tehát tovább lehetne kutatni éppen ennek a speciális pontnak és a figyelemvizsgálatnak az összefüggését.

Természetesen azt a megállapításunkat, hogy a hetedik pontot átlag többen oldották meg, mint a nyolcadikat, nemcsak arra alapítjuk, hogy mindazokat, akik *összesen* hét pontot értek el az elméleti villám-próbában, azonosaknak tartjuk azokkal, akik *csak* a hetedik pontig jutottak el. Egy részük tényleg azokból került ki, mert a villám-próbában a vizsgálati személyek csak sorrend szerint haladhatnak. Ellenben feldolgoztuk az anyagot olyan szempontból is, hogy az- egyes próbák minden egyes részfeladatát hányan oldják meg. Főleg ebből a feldolgozásból derült ki, hogy a nyolcadik pontot többen oldják meg, mint a hetediket és természetesen az is, hogy milyen helytelen megoldások szerepelnek leggyakrabban.

Ezt a rövid utalást a Gauss-görbe által nyerhető elméleti belátásokra csak példaképpen közöltük, hogy valamit bemutassunk a statisztikai anyagból való olvasás technikájából, természetesen hangsúlyozva, hogy ezzel a lehető magyarázatok száma nincs kimerítve, hanem éppen csak egynek, az élmény-nek szempontjából kerestük az okot. Kereshetnők pl. a tesztek konstrukciójában, vagy arra is gondolhatnánk, hogy a vizsgált csoport nem volt elég homogén stb. (Ez az utóbbi eset fenn is áll, de éppen ezt akartuk ellensúlyozni a vizsgált egyének nagy számával.)

A többi Gauss- és integrálgörbe tárgyalása helyett tehát áttérünk tulajdonképpeni célunkra, a korrelációszámításra.

III. Korrelációszámítás.

A korrelációszámítás szükségességét már *Galton* látta, de matematikai megalapozása *K. Pearson* nevéhez fűződik, aki továbbfejlesztette *Bravais-nak,* a francia matematikusnak a munkáját. Azonban az első, aki felismerte a korreláció teljes fontosságát a pszichológia számára, az *C. E. Spearman* volt. Ő dolgozott ki új és egyszerű módszereket, hibajavításokat és kimutatta mind matematikailag, mind kísérletileg, hogy az értelmességi próbákkal meg lehet ragadni az értelmesség tényezőjét.

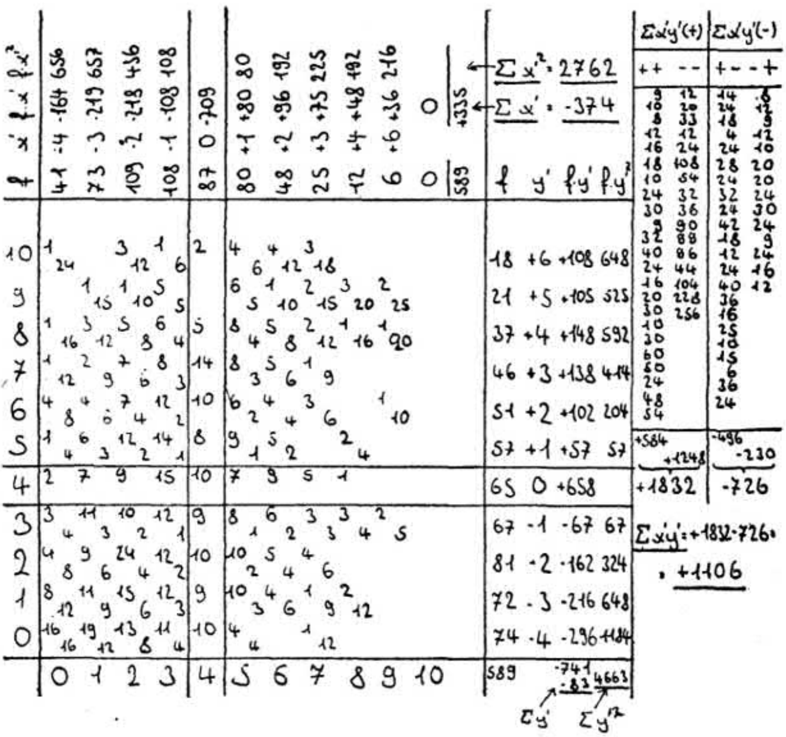
Spearman 1931-ben alapította meg Londonban a tényezoiskolát, de fő nézeteit már 1904-ben körvonalazta az American Journal of Psych.-ban. Szerinte van az emberi értelemnek egy általános tényezője, amit ő *g* betűvel jelöl (general). Ez az általános tényező különböző mértékben, de mindig működik. Van ezenkívül nagyszámú speciális *(s)* különös képesség is, amelyek közül legalább némelyik szintén mindig működik. Spearman hasonlata: a *g,* az általános tényező, megfelel az általános oerebrális energiának, az s-ek a különböző gépeknek, a törekvés pedig a gépésznek, aki meghatározza, hogy a gépek az energiát mire használják fel. Spearman és a tényező-iskola azután nem arra veti a fő súlyt, hogy a tényezőket meghatározza, hanem megnyilvánulásának útjait kutatják és igyekeznek akár gyakorlati, akár elméleti célból a tényezőket megmérni. Eljárásukat a fizika példájával igazolják, amely hasonló módon jár el pl. az elektromosság esetében.

Az értelmességi tényezők kutatásainak egyik módja éppen a korrelációszámítás, melynek segítségével keressük, hogy mely tényezők milyen próbákban járnak együtt.

Az általános elgondolást, amelyen a korrelációszámítás alapul, az első fejezetben ismertettük. Most tehát úgy járunk el, hogy példaképpen közöljük egy korrelációszámítás teljes mené tét, azután az összes ily módon nyert korrelációs együtthatót, végül az azokon végzett tényezőelemzést.

Számítsuk tehát ki összes elemi iskolát végzett vizsgáltunk szemléletes villám- és közmondás-próbában elért teljesítményének kor reláció j át.

E célból legelőször is elkészítjük a korrelációs-táblázatot:



1. számú táblázat.
Elemi iskolát végzettek szemléletes villám és közmondás próbában megnyilvánuló korrelációja. (11 = 589).

a kockákra osztott táblázat baloldalán alulról felfelé haladva feltüntetjük esetünkben a közmondás-próbában elérhető pontszámokat 0—10-ig; a táblázat alján pedig balról jobbra a szemléletes villám-próbában elérhető pontszámokat 0—10-ig. Ha tehát egyik személy eredménye a szemléletes villámban (x) 5, a köz mondásban (y) pedig 7, akkor helyét megjelöljük az 5. χ oszlop és a 7. y sor keresztező pontjában. így vezetünk be minden egyes személyt az őt megillető helyre. Ezután térünk át a tulajdonképpeni számításra, ami szigma x, illetve szigma y kiszámításával kezdődik.

1. Minden oszlopban és sorban összeszámítjuk az eseteket, és így megkapjuk az x, illetve az y gyakoriságát. A gyakoriságokat beírjuk az f (frequentia) felírású oszlopba a tábla mindkét oldalán. Az χ és y gyakoriságok száma egyenlő kell hogy legyen egymással és az összes esetek számával, vagyis jelen esetben = 589.

2. Valószínű közepet választunk (M') úgy, hogy becslésünk szerint kb. egyezzen az igazi középpel, ami azt jelenti, hogy a pozitív és negatív eltérések száma körülbelül egyenlő kell hogy legyen. Példánkban az x-re felvett átlag a 4., az y-ra felvett pedig az 5. pontra esik. Az x, illetve az y gyakoriságoknak a felvett középtől való eltérését kiszámítjuk egyszerűen azzal, hogy a felvett középtől kiindulva mindkét irányban felírjuk értéknek a természetes számsort 1-től kezdve, éspedig a középtől felfelé és tőle jobbra eső számok pozitívok, a tőle lefelé és balra eső számok pedig negatívok. Ezek szerepelnek az x', illetve y' felírású oszlopokban.

3. Minden x'-t megszorzunk a neki megfelelő gyakorisággal, és az eredményül kapott számot beírjuk az f. x' oszlopba; ugyanígy járunk el az y'-re nézve is. Az összegeket az előjelekre való tekintettel képezzük: Szigma x' és Szigma y' (—374; —83).

4. Ezeket az értékeket újból megszorozzuk x', illetve y'-vel és ezáltal megkapjuk az f. x'^2, illetve az f. y'^2 értékeket, amelyeket szintén beírunk a megfelelő oszlopokba.

5. Ezeket az oszlopokat is összeadjuk előjeleiket tekintetbe véve és megkapjuk Szigma x'^2 és Szigma y'^2-t; (2693; 6586). Ezeket n-nel osztva kapjuk a felvett közép szóródását.

6. Ezeket az értékeket korrigáljuk azzal, hogy kivonjuk belőlük $\left(\frac{\Sigma x'}{n}\right)^2$-t, illetve a $\left(\frac{\Sigma y'}{n}\right)^2$ -t. Az így korrigált értékekből gyököt vonunk és megkapjuk a szigma χ és szigma y-t.

7. Hogy megkaphassuk a számláló számára a Szigma x y

értéket, minden mező x' értékét meg kell szoroznunk ugyanazon mező y' értékével. Ezért minden mezőbe, ahol eset fordul elő, be kell írnunk a két megfelelő eltérés szorzatát. Pl. az 5. oszlop és 7. sor keresztező pontjába beírjuk: 35. Ezt célszerű színes ceruzával csinálni.

8. Ezeket az értékeket meg kell szoroznunk a megfelelő mezőkben lévő esetek számával és e szorzatokat összeadjuk. Nem szabad elfeledni, hogy a bal felső és jobb alsó quadráns szorzatai minden koordináta rendszerben pozitívok, míg a másik kettőé negatívok (mivel két pozitív, két negatív, illetve pozitív és negatív számok a tényezők). A pozitív és negatív szorzatokat a tábla jobb felső része mellett négy kis oszlopban külön-külön összeadjuk.

9. A két pozitív és két negatív oszlop összegeit egymásból kivonjuk; az, eredmény negatív is lehet. így megkaptuk a Szigma *x'y'-t.* (+1106).

10. A Szigma x' y' = Szigma χ y, ha a redukciós vonalak egyenesek, vagyis ha a megoszlás minden szempontból szimmetrikus. Aszimmetria esetében annak irányát és nagyságát a korrekciós eljárással állapítjuk meg. Ezt a Szigma χ y-ra úgy állapítjuk meg, hogy a Szigma χ és Szigma y szorzatát n-nel osztjuk, és ezt az értéket kivonjuk a Szigma x' y'-ból. Ugyanezt a korrekciót a nevező számára a szigma x-ben már elvégeztük, ahol a $\frac{\Sigma x^2}{n}$-bői kivontuk a $\left(\frac{\Sigma x'}{n}\right)^2$-t; ez történt a szigma y esetében is.

11. Ezután elvégezzük az utolsó műveleteket

$$r = \frac{\Sigma x y}{n \sigma x^2 \sigma y^2}$$

példánk esetében

$$r = \frac{2021,47}{3109,78} = +0,30.$$

12. Utoljára kiszámíthatjuk a korrelációs együttható valószínűségi hibáját is, amelynek képlete:

$$p = 0,674 \,.\, \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}}$$

A korrelációs együtthatónak legalább háromszor kell nagyobbnak lennie, mint valószínű hibájának, hogy a korrelációs kapcsolatot megbízhatónak tekinthessük.

A közölt példában ez:

$$p = \frac{0,674 - 0,45}{24,2} = \frac{0,224}{24,2} = 0,0093$$

vagyis jóval kisebb, mint a megengedett hiba.

A korrelációszámítás példáját befejeztük. Az ezzel az eljárással nyert korrelációs együtthatók a következők:

A és B feladat együtt	Elemit végzett	Középiskolát végzett
	Fiú és leány együtt	
Szeml. vill. sz.-i elvont vill.	r = +0.49	r = +0.40
Szeml. vill. sz.-i sorbarendezés	r = +0.51	r = +0.42
Szeml. vill. sz.-i analogia	r = +0.67	r = +0.43
Szeml. vill. sz.-i közmondás	r = +0.30	r = +0.32
Elvont vill. sz.-i sorbarendezés	r = +0.47	r = +0.37
Elvont vill. sz.-i analogia	r = +0.44	r = +0.32
Elvont vill. sz.-i közmondás	r = +0.39	r = +0.35
Sorbarendezés szerinti analogia	r = +0.42	r = +0.34
Sorbarendezés szerinti közmondás	r = +0.35	r = +0.53
Analogia szerinti közmondás	r = +0.34	r = +0.48

2. számú táblázat. Korrelációs együtthatók.

Tudjuk, hogy a korrelációs együttható értéke — 1 és = 1 közt változik a korreláció nagysága szerint. Ha tehát vizsgáljuk az együtthatókat, akkor látjuk, hogy: 1. mind pozitív, vagyis mind az öt alkalmazott próba közt van valami összefüggés; 2. az összefüggés főleg hat esetben erősebb, mert csak ezekben az esetekben vannak a korrelációs együtthatók = 0,50 felett, illetve körül. E közül a hat együttható közül négy az elemistáknál található, ami azt mutatja, hogy az elemisták teljesítményei inkább egy szinten mozognak minden területen, mint a középiskoláké, ahol már nagyobb a differenciálódás az egyes értelmi teljesítmények között. Az elemistáknál a legjobb korrelációk a következő próbák között vannak: szemléletes villám és analógia, szemléletes villám és sorbarendezés, szemléletes villám és elvont villám, elvont villám és analógia, — tehát nem vesz részt a verbális jellegű közmondás-próba.

Ha azt keressük, mi az a közös e között a négy próba között, ami ezt a tényt magyarázhatná, akkor azt látjuk, hogy bár a szemléletes villám, az elvont villám, a sorbarendezés és az analógia igen különböző feladatokat adnak fel megoldásra — a megoldás módjában mégis van mindnyájuknál egy közös vonás: nem kívánnak gyakorlatot sem a fogalmazásban, sem a kézírásban. Csupán az elvont villám tíz pontja közül kell egyszer egy mondat szavait, egyszer pedig főnévi igeneveket történeti sorrendbe rendezni. Még itt is gyakori az értelmileg hibátlan, de az utasítást csak részben betartó olyan megoldás, amikor a vizsgálati személyek nem írják le a szavakat, hanem egyszerűen helyesen megszámozzák a nyomtatott szöveg összekevert szavait.

Ugyancsak az elvont villámban van még két feladat, amikor csupán egy-egy szót kell beírni a megfelelő helyre. Ennek a próbának többi hat feladata, úgyszintén a szemléletes villám, az analógia és a sorbarendezés azután csupán vagy apró rajzzal, alá-, illetve áthúzással, számozással stb. oldható meg. Ez a megoldási mód két szempontból is könnyebb a tanoncoknak: 1. legtöbbjük nehéz testi munkát végez, keze az íráshoz nehézkes, tehát ezt lehetőség szerint kerülik, gondolkodásuk is elsősorban az élet konkrét valóságaival foglalkozik, az ilyenfajta összefüggések felismerésében gyakorlottabb. Talán ezért áll legelső helyen a szemléletes villám és a rajzos analógia próba korrelációja (r = + 0,67).

Az, elemi iskolát végzettek teljesítményei közt legutolsó helyen a közmondás áll, látszólag a többi próba és e közt alig van korreláció. Mármost a közmondás megoldásának technikai része ugyan szintén nem kíván írást, de megértése nyomtatott szövegen alapul és elméleti megoldása logikai, elvonatkoztató képességet tételez fel. Nyilvánvaló, hogy a tanoncoknak erre van az életben a legkevesebb szükségük, ebben van a legkisebb gyakorlatuk, — akik pedig ilyen beállítottságúak, azok rendszerint magasabb iskolába törekednek.

Itt persze megint feltámad az a kérdés; azért lesz-e valaki elsősorban iparos, mert nincs elméleti készsége — vagy készsége nem fejlődik ki, éppen mivel ipari pályán működik. Azt hisszük, valahol középen van az igazság: iparos lesz, mert hajlamosabb a gyakorlati életre, de elméleti készsége több iskolázás, más foglalkozás esetén mégis csak növekedne.

Nézzük már most a középiskolásokat! Náluk a legerősebb korrelációt a sorbarendezés és a közmondás mutatja, utána az analógia és közmondásé következik. A fő szerepet tehát éppen a közmondás viszi — ami az, elemi iskolásoknál a legkisebb mértékben korrelált a többivel. Ezért látszik valószínűnek, hogy a korrelációnak ebben az alakulásában az iskolázottságnak szerepe van. A közmondás-próba megoldása valószínűleg olyan részképesség bizonyosfokú fejlettségét kívánja meg, amilyet a középiskolásoknak több módjuk volt magukban kifejleszteni, mint az elemi iskolásoknak. Tapasztalatunk szerint középiskoláink valóban főleg az elvonatkoztató logikai gondolkodást fejlesztik, a középiskolában köztudomásúlag nehéz előkészülni a gyakorlati életre. Érdekes, hogy a legrosszabb korrelációt (szemléletes villám szerinti közmondás: r = + 0,32) valóban a középiskolások közmondáspróbabeli logikai és éppen a szemléletes készséget megkívánó villám-próbabeli teljesítményei között találjuk.

Természetesen ezeket a megállapításokat még nem tekinthetjük minden szempontból véglegeseknek, hanem idővel tovább kell majd kutatni ebben az irányban is.

Az elemi és középiskolások korrelációs együtthatói két nagy csoportjának tényező-elemzését is elvégeztük.

IV. Tényező-elemzés.

Minden lélektani próba azon az elgondoláson alapul, hogy a mérhető teljesítmények alapján meg tudjuk ismerni a mögöttük rejlő képességet. Közvetlenül magát a képességet nem vizsgálhatjuk, hanem csak megnyilvánulásait. Tényező-elemzés esetében éppen azt keressük, hogy az alkalmazott próbákban hány, — kettő vagy több — tényező nyilvánul-e meg, azután vájjon ezek a tényezők egyforma fokban játszanak-e szerepet a próbák megoldásában'? Végül azt keressük, vannak-e az alkalmazott próbák között olyanok, amelyek megoldásához ugyanazon képesség szükséges. Tehát voltaképpen azt keressük, hogy milyen lelki tényezők vesznek részt a próbákban elért eredmények létesítésében.

Ügy akarunk ezekre a tényezőkre visszakövetkeztetni, iiogy az egyes próbákban elért eredményeket nem egymástól függetlenül, hanem éppen egymáshoz való viszonyukban vizsgáljuk. Ha tehát ugyanazon személyeknek két próbában elért teljesítményeinek mértékét a korrelációs együtthatókkal már kifejeztük, találhatunk olyan matematikai eljárást, amelynek segítségével számítás útján lehet kiküszöbölni a próbák egy-egy csoportjának megoldásához nem szükséges tényezőket. így jutunk el ahhoz az egy vagy több tényezőhöz, amely egy-egy próbacsoport megoldásában szerepel. Ezeknek a tényezőknek a kiszámítása a célja a tényezőelemzésnek.

A tényezőelemzés a következő elgondoláson alapul:

I. Feltesszük, hogy pl. két próba egy értelmi-tényezőt vesz különböző fokokban igénybe, tehát korrelációjuk egyenlő lesz e tényezőben való részesedési hányaduk szorzatainak összegével. (A tényező fogalmát nem határozzuk meg, hanem *Spearman* elgondolását és eljárását követve úgy használjuk és igyekszünk mérni, mint ahogyan pl. a fizika jár el az elektromosság esetében.) Tehát, ha e teszt jele j és k, a szorzatok öszszege, vagyis a korrelációé pedig, akkor $r_{jk} = (a_{j1} a_{k1} + a_{j2} a_{k2})\, q$ számú közös tényező esetében.

II. Elsősorban tehát meg kell állapítani a q értékét, vagyis a közös tényezők számát, és azután ki kell számítani az egyes tényezők súlyszámát az egyes próbák számára. Az erre való eljárást kidolgozta *Thurstone* és eljárását Centroid Method-nak nevezi és a determinánsok elméletével alapozza meg. A Centroid Method, vagyis a súlypont-módszer abban áll, hogy egy koordináta-rendszeren feltüntetjük a próbák vektorainak projekcióit, megkeressük az ezek középértékének megfelelő C (Centroid) pontot és a rendszer súlypontjának nevezzük. Ha már most a koordináta-rendszert forgatjuk, akkor a tengelyekre való projekciók változnak, de a tengelyek közt fennálló korrelációk nem. Mivel a tengelyeket tetszés szerint vehetjük fel, azért a C ponton keresztülmenő egyenest vesszük az első tengelynek.

A próbák projekcióit (jelük: a_{j1}, a_{j2} .... a_{jn}) most már az új tengelyrendszerről olvassuk le; amely pontok a C ponton keresztülmenő egyenesre esnek, = 0.

III. Ha j és k próbák korrelációját egyetlen közös tényezővel tudnánk magyarázni, akkor igaz volna a következő egyenlet: $r_{jk} = a'_{j1} \cdot a'_{k1}$ vagyis $r_{jk} - a'_{j1} \cdot a'_{k1} = 0$. Ha ez az egyenlet nem áll, akkor ennek az oka az, hogy az $r_{jk} = a'_{j1} \cdot a'_{k1}$ egyenlet nem elégséges az r_{jk} korreláció magyarázatára, vagyis ehhez több tényezőre van szükség.

IV. Ezért az összes próba számára kiszámítjuk az $r_{jk} - a'_{j1} \cdot a'_{k1}$ értékeket és így kapunk egy második korrelációs táblázatot. Ha még ezen sem egyenlők a megfelelő értékek 0-val, akkor az eljárást ugyanilyen módon folytatjuk, és így kivonjuk az esetleges második vagy harmadik tényező súlyszámait. A maradék táblázatok összegének helyes számítás esetén = 0-nak kell lennie, hiszen a súlyponton keresztülmenő egyenesen fekvő pontok a definíció értelmében = 0. A koordinátarendszer megválasztásában csak arra kell ügyelni, hogy projekciók lehetőleg mind egy quadránsba essenek.

Példaképpen bemutatjuk a középiskolát végzett fiúk és leányok csoportjára kiszámított korrelációs együtthatók tényezőelemzését *P. Hofstätter* nyomán. A számítás menete a következő:
1. A korrelációs együtthatókat beírjuk egy táblázatba:

R_1	1	2	3	4	5
1	0'43	0'40	0'42	0'43	0'32
2	0'40	0'40	0'37	0'32	0'35
3	0'42	0'37	0'53	0'34	0'53
4	0'43	0'32	0'34	0'48	0'48
5	0'32	0'35	0'53	0'48	0'53
r_{k_1}	2'00	1'84	2'19	2'05	2'21
a_{k_1}	0'62	0'57	0'68	0'64	0'69
$a^2_{k_1}$	0'38	0'32	0'46	0'41	0'48

Szemléletes vill. = 1
Elvont vill. = 2
Sorbarendezés = 3
Analógia = 4
Közmondás = 5

R_1 táblázat.

Ennek a megvizsgálandó korrelációs táblázatnak átlójába beírjuk minden sor legnagyobb korrelációs együtthatóját pozitív előjellel (ez a próbákban feltételezett közösségi érték).

2. Összeadjuk minden oszlopban a korrelációs együtthatókat, tekintetbevéve az előjeleket (r_k). Ha túl sok negatív előjel lenne egy sorban, akkor végrehajtjuk az illető próba reflexióját a 10. szabály szerint.

3. Összeadjuk az oszlopok összegeit. Példánkban: r_t = = Szigma r_k = 10,29. Ezután gyököt vonunk belőle, és reciprok értékét vesszük, vagyis: $\frac{1}{\sqrt{r_t}}$

4. Megszorzunk minden egyes oszlopösszeget (r_k) az $\frac{1}{\sqrt{r_t}}$ (a_{k1}) vel. Az így nyert értékek az első tényező súlyszámai.

5. Próba: Az egyes súlyszámok összegének kb. egyenlőnek

kell lenni a korrelációs táblázat összes együtthatóinak összegéből vont gyökkel. Példánkban: 3,20 = 3,207.

6. Felveszünk egy új korrelációs táblázatot, de úgy, hogy elegendő hely legyen az előjelek meghatározására.

R_2	1	2*	3*	4	5	
1	(0'0456) +0'1076	— — +0'0466	+ + -0'0016	+ +0'0332	- -0'1078	+0'016
2*	- - +0'0466	(0'0751) +0'0466	— — + —0'0176	+ + -0'0448	+ + -0'0433	+0'016
3*	+ + —0'0016	— — + —0'0176	(0'0676) +0'0952	+ + -0'0952	- - +0'0608	+0'0144
4	+ +0'0332	+ + -0'0448	+ + -0'0952	(0'0704) +0'0952	+ +0'0384	+0'002
5	— -0'1078	+ + —0'0433	— — +0'0608	+ +0'0384	(0'0539) +0'1078	+0'002
r_{k_2}	-0'0118	+0'0725	+0'1136	+0'3068	+0'0209	
a_{k_2}	0'02 0'01	0'10 -0'1015	0'16 -0'1590	0'43 0'4295	0'03 0'0293	
$a^2_{k_2}$	0'0004	0'01	0'03	0'18	0'0009	

R_2 táblázat.

7. Kiszámítjuk a maradékkorrelációt azáltal, hogy kivonjuk mindig két próba súlyszámainak szorzatát ugyanezen két próba eredeti korrelációjából. A súlyszámokat mindig pozitívnak vesszük. Az átlóba most azokat a különbségeket írjuk be, amelyek a megfelelő próbák súlyszámainak négyzete és az eredeti közösségi érték közt vannak. Lásd az R_2 táblázaton.

8. Próba: Tekintet-hevévé az előjeleket összeadjuk az oszlopokban lévő számokat (az átlóban a felső számot). Jó ha ez az összeg (Szigma$_0$) a ± 0,03 intervallumban van.

9. Ismét beírjuk az átlóba a megfelelő sorok legnagyobb maradékkorrelációját pozitív előjellel.

10. Azt a próbát, amelyiknek a legtöbb negatív előjele van, reflektáljuk, vagyis a megfelelő oszlopban és sorban az együtthatók előjeleit megfordítjuk. Az átló értékének pozitív előjelét azonban változatlanul hagyjuk. Az egyszer már reflektált próbának még kiszámítandó súlyszámai az eredményben negatív előjelet kapnak. Általában mindaddig reflektálunk, amíg egy próbának sincs $\frac{n}{2}$ nél több negatív korrelációs együtthatója. E közben megtörténhet, hogy egy próbának egynél több reflexiója lesz. A megfelelő súlyszám azután pozitív vagy negatív lesz, a szerint, hogy a próba reflexióinak száma páros volt-e vagy pedig páratlan.

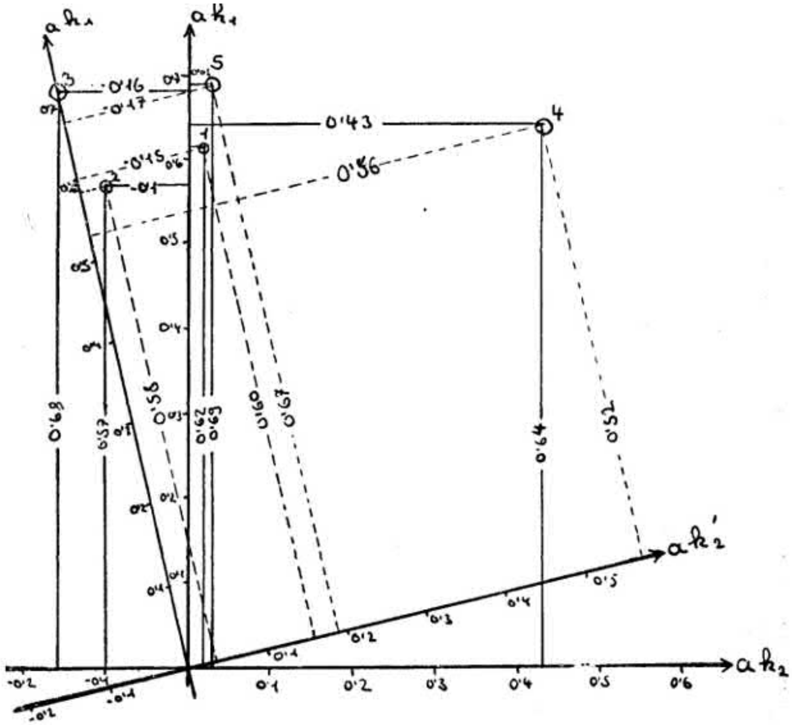
Eddigi számításainkkal megkaptuk az első tényező súlj'-Számait, Ugyanezzel az eljárással számítjuk ki a második, illetve szükség esetén a harmadik stb. tényező súlyszámait is. Tehát elkészítjük a maradékkorrelációk táblázatát, amelyen az R_2 táblázat értékei kerülnek az eredeti korrelációk helyébe és a fenti szabályok szerint folytatjuk az eljárást, amíg a megkapott súlyszámok közt már nem akad olyan, amelynek négyzete nagyobb, mint 0,10.

11. Tényezőtáblázatot készítünk az egyes próbák súlyszámaival, azok négyzeteivel és a négyzetek összegével, amelyeknek az R_2 táblázatban alkalmazott átlóértékekkel körülbelül meg kell egyezniök. Ha ez nem lenne így, — ami kevésszámú próba esetében szokott előfordulni — akkor az egész elemzést meg kell ismételni, úgyhogy a súlyszámoknak az első menetben kiszámított négyzetösszegeit (h^2) alkalmazzuk az R_x táblázat átlóértékei helyett.

	ah_1	ah_2	ah_1^2	ah_2^2	R_1átló	$\Sigma ah_1^2 ah_2^2$	Különbség
1	0'62	0'02	0'38	0'0004	0'43	0'38	0'05
2	0'57	-0'10	0'32	0'01	0'40	0'33	0'07
3	0'68	-0'16	0'46	0'03	0'53	0'49	0'04
4	0'64	0'43	0'41	0'18	0'48	0'59	0'11
5	0'69	0'03	0'48	0'0009	0'53	0'48	0'05

3. sz. táblázat.
Tényezők rotáció előtt.

12. A kiszámított súlyszámokat feltüntetjük egy kétdimenziós koordinátarendszeren. Kettőnél több tényező esetén mindig két tényező számára rajzoljuk fel a megfelelő síkot. Ezután a tengelyrendszert úgy rotáljuk, úgy fordítjuk el, hogy a negatív értékek kiküszöbölődjenek, vagyis hogy lehetőleg minden próbaprojekció egy quadránsba essen, és hogy a tengelyek lehetőleg sok próbaponton menjenek keresztül. Végezetül leolvassuk az új súlyszámokat az elfordított tengelyrendszerről.



2. számú ábra.
A tengelyrendszer rotációja.

13. Eljárásunk helyes volt, ha a korrigált súlyszámok négyzeteinek összege 1,0 körül van. A javítás és a próba számára táblázatot készítünk: feltüntetjük a rotált súlyszámokat, megszorozzuk őket $\frac{1}{\sqrt{h^2}}$-tel, ahol h^2 a rotált súlyszámok négyzeteinek összege. Az így korrigált súlyszámok négyzeteinek összege 1,0 körül hogy legyen.

	$a'K_1$	$a'K_2$	$a'K_1^2$	$a'K_2^2$	$h^2 = (a'K_1^2 + a'K_2^2)$	$\sqrt{h^2}$	$\frac{a'K_1}{\sqrt{h^2}}$	$\frac{a'K_2}{\sqrt{h^2}}$	
1	0·60	0·15	0·36	0·02	0·38	0·61	0·98	0·24	1·2 ∾ 1
2	0·58	0·02	0·33	0·00	0·33	0·53	1·09	0·03	1·1 ∾ 1
3	0·70	0·00	0·49	0·00	0·49	0·7	1·00	0·00	1·0 ∾ 1
4	0·52	0·56	0·27	0·31	0·58	0·77	0·67	0·72	1·3 ∾ 1
5	0·67	0·17	0·44	0·02	0·47	0·69	0·97	0·21	1·1 ∾ 1

4. sz. táblázat.
Középiskolások végső súlyszám táblázata és próbája.

14. Ha ezután az eljárás után is maradnának még negatív súlyszámok, de 1,10-nél nem lennének nagyobbak, akkor ellen nem őrizhető hibáknak tekintjük őket. Ha ennél nagyobbak lennének, akkor sajátos magyarázatra van szükség.

Ezzel fejeződött be a tényezőelemzésnek mechanikus, számolási része. Miután így kiszámítottuk, hogy az alaptényezőket mely próbák tartalmazzák egyedül, vagy pedig a legnagyobb fokban, ezeknek a próbáknak az alapján kell megkísérelni értelmezésüket. Azonban befejezésül, mielőtt rátérnénk az értelme zésre, bemutatjuk az elemi iskolások korrelációs együtthatóin végzett tényezőelemzésnek csupán csak a végső eredményeit: a végső súlyszámtáblázatot és próbáját:

	$a'K_1$	$a'K_2$	$a'K_1^2$	$a'K_2^2$	$h^2 = (a'K_1^2 + a'K_2^2)$	$\sqrt{h^2}$	$\frac{a'K_1}{\sqrt{h^2}}$	$\frac{a'K_2}{\sqrt{h^2}}$	
1	0·84	0·04	0·70	0·00	0·71	0·84	1	0·00	1·00 ∾ 1
2	0·55	0·42	0·30	0·18	0·48	0·69	0·62	0·36	0·98 ∾ 1
3	0·54	0·43	0·29	0·18	0·48	0·69	0·61	0·38	0·99 ∾ 1
4	0·81	0·00	0·65	0·00	0·66	0·81	1·00	0·00	1·00 ∾ 1
5	0·39	0·40	0·15	0·16	0·31	0·55	0·49	0·52	1·01 ∾ 1

5. sz. táblázat.
Elemi iskolások végső súlyszámtáblázata és próbája.

Ezzel az eljárással elértünk kitűzött célunkhoz: exakt, matematikai úton sikerült kimutatni, hogy hány tényező nyilvánult meg az alkalmazott próbákban. Talán az első pillanatra kevésnek tűnik ez fel ilyen hosszú számítás után — de fontosságát éppen abban látjuk, hogy ennek az eljárásnak az alapján a lélektannak, mint tapasztalati tudománynak, módjában áll nemcsak logikai, hanem természettudományi módszerrel i® bizonyítani feltevéseit. így azok az elgondolások, amelyek valakit pl. egy próba szerkesztésében vezettek, beigazolást nyerhetnek.

A mi próbáink esetében eleve feltehettük, hogy a szemléletes villám- és analógia-próba éppen szemléletességük miatt függnek szorosabban össze, a közmondás- és elvont villám-próba pedig megint egy csoportba tartozik, éppen főleg verbális jellegük miatt, a sorbarendezés pedig valószínűleg utóbbiakkal rokon.

Az elemi iskolások súlyszámtáblázatából ki is tűnik, hogy az ő esetükben főleg két tényezőt vizsgáltunk próbáinkkal. Az egyiket legtisztábban az analógia-próba, (a'_{k2} = 0,00) és igen világosan még a szemléletes-villám (a'_{k2} = 0,04); a másodikat főleg a közmondás (a'_{k2}= 0,40), azután az elvont-villám (a'_{k2}= M2) és a sorbarendezés (a'_{k2}= 0,43 vizsgálja.

Az analógia és szemléletes villám-próba közt a közös vonás, hogy a gondolkodástól megkívánják a szemléletes, mértani jelekben való gondolkodni-tudás képességét. Az analógiát pontok, egyenesek, háromszögek, körök stb. összefüggésében kell felismerni és ugyanilyen alkotórészekből utánaalkotni. A szemléletes-villám pedig megkívánja, hogy a vizsgálati személy tudjon mértani formákat összerakni, illetve szétbontani, megszámolni és széjjelválasztani. Itt tehát valószínűnek látszik, hogy az általuk vizsgált tényező szemléletes, mértani természetű.

A közmondás-próba szintén összefüggések felismerését, sőt azonosítását kívánja meg a vizsgálati személytől, de az összefüggéseket elvont, logikai úton kell kiderítenie, és ítélettel kell azonosítania. Az elvont villám 10 részfeladata közül 6-ról legalább is többó-kevésbbé szintén ez, mondható; ezek mind betűszövegből is állanak. Tehát feltehető, hogy ez a tény okozza a rokonságot a közmondás-próbával. így a második faktor az elvont logikai gondolkodás és szóbeli kifejezés képességét vizsgálhatja.

A középiskolát végzett fiúk és leányok korrelációs tényezőelemzéséből, amint láttuk, az derül ki, hogy az ő esetükben a sorbarendezés (a'_{k2} =0,00) és az elvont villám (a'_{k2} = 0,02) tartalmaznak egy közös tényezőt, úgyszintén a szemléletes-villám

(a'_{k2}= 0,15) és a közmondás (a'_{k2} = 0,17), viszont az analógia önmagában áll a'_{k2} = 0,56).

A sorbarendezés próbájában azt kívánjuk a vizsgálati személytől, hogy képekbn ábrázolt eseménysorozatok helyes sorrendjét állapítsa meg. Az elvont villám 10 pontja közül egyben egy mondat szavait kell helyes sorrendbe szedni, egyben pedig főnévi igenevekkel kifejezett eseménysorrendet kell megállapítani. E két pont és a sorbarendezés közt az összefüggés eléggé nyilvánvaló. Természetesen érdekes lenne kutatni, hogy a két próba szoros korrelációját mennyiben alapozza meg éppen ez a két pont. Arra a kérdésre, hogy miért áll az elvont villám az elemit végzetteknél szorosabb kapocsolatban a közmondással, viszont a középiskolát végzetteknél a sorbarendezéssel, csak feltevéssel válaszolhatunk azon a tényen kívül, hogy a sorbarendezés tényező^súlyszáma az elemit végzetteknél is csak egy századdal nagyobb volta miatt került a második helyre, a közmondással szemben.

Még érdekesebb, hogy az elemit és középiskolát végzetteknél a két tényező helyet cserél: míg az elemistáknál első helyen áll a szemléletes, mértani, addig a középiskolásoknál az első helyre az elvont, következtető, ítélő tényező került. Mivel a vizsgált személyek iskolai végzettségükre való tekintet nélkül 14—18 évesek, és vegyesen fiúk és leányok együtt, azért ennek okát nem az esetleges fejlődési különbségekben keressük, hanem a különböző iskolatípusok hatásának tulajdonítjuk. Ezt tartva nem vesztjük el szem elől azt sem, hogy arra is lehetne gondolni, hogy az elméleti beállítottság választja magának a megfelelő iskolatípust, jelen esetben a középiskolát. De vizsgálati személyeink, —' a tanoncok esetében — a középiskola átlag a polgárit jelenti, gimnáziumot végzett tanonc csak elvétve akad. Mármost általában a polgári iskolát nem azok végzik, akiknek erős elméleti beállítottságuk van, hanem legnagyobb részben azoknak az egyszerű szülőknek gyermekei, akiknek módjukban áll gyermeküket bizonyos fokig, de lehetőleg kevés költséggel taníttatni. Ezek a szülők azt akarják, hogy gyermekük „több legyen mint Ők“, hogy előbbre jusson a társadalmi ranglétrán —ehhez pedig az első lépésnek a polgári iskolának az elvégzése kínálkozik. A fontosabb iparágakban vagy a kereskedői pályán szintén előny-nek számít a polgári elvégzése, tehát a polgári iskolának, mint iskolatípusnak a kiválasztásában éppen nem a gyermek képessége viszi a döntő szerepet. E téren megelégednek azzal, hogy a gyermek többé-ke vésbbé „tudjon tanulni". De azután a polgári-iskolai tanulmányokban eltöltött négy év mégis csak érezteti mindenkinek a gondolkodásán a hatását.

Hogy a polgári iskola mennyiben fejleszti ki a szemléletes és mennyiben az elvont gondolkodási képességet, ahhoz más oldalról is fogunk adalékot kapni, ha majd befejezzük az általános értelmesség és a vizuális emlékezet korrelációs feldolgoζ ásat.

Mindezek alapján úgy látjuk, hogy joggal tehetjük fel, hogy a középiskola elsősorban az elvonatkoztató, logikai készséget fejleszti, míg, úgy látszik, a csiszolatlan, az emberrel veleszülető természetes ész elsősorban szemléletesen, analógiákban gondolkodik.

IRODALOM.

Br. Brandensjein Béla: Az ember a mindenségben. Budapest, 1937. II. kötet.
Bravais: Mémoires par divers savants. Paris, 1846.
Flügel, J. C: A Hundred Years of Psychology. 1833—1933. London é. n.
Galton: Inquiries into Human Facultry. London, 1893.
Garrett, E. H.: Statistics in Psychology and Education. New-York—London—Toronto, 1926—29.
Harkai Schiller Pál: Pszichológia és emberismeret. Budapest, 1934.
Hofstätter, P.: Über Faktorenanalyse. Arch. ges. Psychol. 100, 1938.
Johannsen, W.: Elemente der exakten Erblichkeitslehre. Jena, 1926.
Komis Gyula: A lelki élet. I—III. Budapest, 1917—19.
Krueger, F.—Spearman, C: Die Korrelation zwischen verschiedenen Leistungsfähigkeiten. Z. Psychol. 44. 1906.
Lazarsfeld, P. F.: Statistisches Praktikum, Jena, 1929.
Meili, R.: Psychologische Diagnostik, München, 1937.
Meumann, E. H.: Intelligenz und Wille. Leipzig, 1913.
Pearson: Phil. Trans. R. S. London, 1896.
Spearman, C. E.: The Abilities of Man. New-York, 1927.
— The Nature of Intelligence. London, 1923.
Szondi Lipót: A korrelációszámítások gyakorlati értékelése a gyógypedagógiában. Kül. lenyom. Magy. Gyógyped. 1927, 10. sz.
Thurstone, L. T.: The Vectors of Mind. Chicago, 1935.