

# A FOGALOM PROBLÉMÁJA A TISZTA LOGIKÁBAN

PAULER ÁKOS

LEV. TAGTÓL

FELOLVASTATOTT  
A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIÁBAN 1915 FEBRUÁR 8-ÁN.



BUDAPEST  
KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
1915

# TARTALOM.

	Oldal
BEVEZETÉS .....	5
1. §. A probléma.....	5
2. §. A tiszta logika autonómiája .....	5
3. §. A logikai képletek autarkeiája .....	7
4. §. A tiszta logika problémaköre .....	7
<b>I A fogalom mibenléte</b> .....	8
5. §. Téves álláspontok .....	8
6. §. Herbart és Bolzano .....	9
7. §. A fogalom definitiója .....	9
8. §. A tiszta logika heurisztikus szempontja .....	10
9. §. Conceptualis, thetikus és syllogistikus igazság .....	12
<b>II A fogalom alkotómozganatai</b> .....	13
10. §. Az alkotómozganatok s ezek viszonyainak áttekintése .....	13
11. §. A fogalmak felosztása tárgy szerint.....	14
12. §. A fogalmak felosztása tartalom szerint .....	17
13. §. A fogalmak felosztása kör szerint .....	19
14. §. A fogalmak relatiója .....	21
15. §. Az implicatio esetei: az inhaerentia.....	24
16. §. A functio .....	26
17. §. A subordinatio .....	27
18. §. A sorszerűség mint a fogalomviszony alapja .....	29
19. §. A sorszerűség végső gyökere: a logikai alapelvek.....	31
<b>III A fogalom alkotómozganatainak egymáshoz való viszonya</b> .....	32
20. §. A logikai alapelvek mint a fogalom alkotómozganatainak végső gyökerei .....	32
21. §. A jelentés.....	33
22. §. A vonatkozás .....	35
23. §. A rendszertani hely .....	37
24. §. Az érvényesség. Befejezés.....	39

# A FOGALOM PROBLÉMÁJA A TISZTA LOGIKÁBAN.

## BEVEZETÉS.

1. §. Közismert tény, hogy korunk logikai vizsgálatait a logizmus és a psychologizmus harca irányítja. Igaz, hogy ez ellentét nem új keletű – hiszen például a nominalizmus és a realizmus vitája a középkorban nem egyéb, mint a psychologizmus és a logizmus küzdelme, mint a hogy általában a középkori bölcselkedés alapproblémája *Szent Ágoston* hatása alatt ép az igazság természetének, vagyis fennállási módjának kérdése – mégis bátran mondhatjuk, hogy oly öntudatossággal és világossággal, mint napjainkban, e két irányzat nem formulázta meg álláspontját. Innen van, hogy a szerint, hogy melyik táborhoz csatlakozunk, álláspontunknak érezhetővé kell válnia logikai nézeteink egész vonalán – s jelen tanulmányunknak célja ép az, hogy a logizmus következményeit a *fogalom elméletére* nézve levonjuk, a mely irányban tudtunkkal rendszeres kísérlet eddig egyáltalán nem történt. Egy előző akadémiai tanulmányunkban<sup>1)</sup> a logikai alapelveket és azok jelentését kíséreltük meg tisztázni s ez alkalommal kifejtettük azon érveket, melyek hatása alatt a logizmus álláspontjára helyezkedünk s így legyen szabad ez indokolást itt ismertnek feltételeznünk.

2. §. A logizmus általában úgy jellemezhető, hogy szemében a *logika feltétlenül autonom tudomány*. Tehát már semmi egyéb tételre nem támaszkodik, mert minden lehető tétel és állítás érvényének alapját ő benne bírja. így tehát legföljebb a logikai elvek öntudatosítását, vagyis általunk

való megismerését lehet bizonyos praelogikus »élmények«-ből megalapozni, de nem magának a logikának érvényét, mint legutóbb *König Gyula* is megkísérti egyébként számos értékes vizsgálatot tartalmazó logikai alapvetésében.<sup>2)</sup> Mert hiszen már valamely élménynek konstataciója *ítélet*, melyet helyesnek vallunk; helyesnek állítani valamely ítéletet pedig annyit tesz, mint azt *logikusnak* mondani, a mi viszont azt jelenti, hogy ítéletünk a logikai alapelvekből levonható logikai normáknak megfelel. Nem végezhetünk tehát semmiféle megállapítást a nélkül, hogy már ne tennők fel az *egész logika* rendszerének érvényét, a mi más szóval azt teszi, hogy a logikai elvek érvénye az abszolút prius, a melyet már nem lehet »elemibb mozzanatokból« igazolni: a logika feltétlenül autonom tudomány. Tehát a logikát nem lehet a lélektanra vagy az ismeretelméletre építeni<sup>3)</sup> – mert lélektan és ismeretelmélet egyaránt már megállapítások összeségei, melyek, ha az érvényesség igényével lépnek fel, már *felteszik* a logikai elvek érvényét s így az utóbbi nem vezethető le belőlük. Ép mert az ismeretelmélet épül a logikán s nem a logika az ismeretelméleten, nem lehet szó – bármennyire divatos jelszó is ez napjainkban – »a logika ismeretelméleti alapvetéséről«, hanem csak az ismeretelmélet logikai előzményei nyomozhatók. A logika autonómiájának tana végelemzésben azonos a logikai, vagyis az észelvek a prioritásának elméletével: mindkettő azon alapbelátáson nyugszik, mely legalálábbban *logikai idealismusnak* mondható. Jelenti azon tant, mely szerint a logikai princípiumok érvényessége, a végső formai feltétele minden lehető tétel érvényességének. Minden egyéb tudomány tehát: lélektan, ismeretelmélet, metafizika, biológia, társadalomtan stb. már *felteszi* a logikai elvek érvényességét s így egyikök sem szolgálhat az utóbbi alapjául. Ez a belátás megmegcsillan az emberi gondolkodás fejlődésében, ha leggyakrabban nem is képes egész tisztaságában érvényesülni, mert egyik-másik irányba való téves kicsuszamlással párosul. így valószínűleg a logikai idealismus sejtelve villan meg *Platon* eszmetanában, *Aristoteles* azon tételében, hogy egy abszolút ész képezi minden dolog végső praesuppositióját. Ez a tan nyer kifejezést *Kant* elméletében az észelvek a prioritásáról,

ha még összevegyülve is bizonyos subjectivistikus tehát vég-elemzésben lélektani és így ontológiai mozzanatokkal s végül *Bolzano* mély tanában a magánvaló tételekről és képzetekről. Ép korunk bölcséletére vár azon feladat, hogy a logikai idealismust, vagyis a tiszta logika álláspontját egész következetesen végiggondolja s annak minden corollariumát kifejtsse.

3. §. E feladatát a tiszta logika csak úgy oldhatja meg, ha az összes logikai képleteket mindennemű szellemi *actustól* vagy *metaphysikai tényálladékból függetlenül határozza meg* úgy mibenlétükben, mint általános törvényszerűségeik szempontjából. Nem »gondolati kényszerre«<sup>4)</sup> kell a logikai képleteket visszavezetni,<sup>4)</sup> a mely kényszer az elfogulatlan lélektani elemzés számára nem is létezik,<sup>5)</sup> hanem *elemi érvényességi viszonylatokat* kell azokban kimutatni, mert a tiszta logikáról helyesen mondták,<sup>6)</sup> hogy az tulajdonképen *egyetemes rendelmélet*, melynek érvényességében való fennállása ép oly független attól, hogy az emberi psyche vagy másféle élő faj tudat processusa felismeri és helyesli-e azt, mint a hogy a matematikai tételek érvénye nem gondoltságuktól függ. De ép oly független a tiszta logikai tétel érvényessége attól is, vájjon a valóság aszerint igazodik-e vagy sem, mert a logikai elvek érvényük alapját önmagukban bírják s az a körülmény, hogy a valóság a logikához igazodik már *következménye* a logikai elvek érvényének s nem *alapja* annak.<sup>7)</sup>

4. §. A logikát legsajátosabb valójában, tehát mint tiszta logikát székfoglaló értekezésünkben az igazság formális határozmányairól szóló tudománynak határoztuk meg. E disciplina problémaköre is az igazság következő mozzanataiban gyökerezik: hogy az igazság bizonyos *elemekből* áll, hogy az elemek viszonya, vagyis maga az igazság *tételben* nyilvánul s hogy e tételek egymással bizonyos *relatióban* állanak. Az igazság elemeinek vizsgálata a *fogalom* elméletét adja, az igazságnak mint fogalomviszonyoknak tana a *tétel* teoriáját szüli, míg a tételek lehető viszonyainak elmélete a *sylogistikának* tárgya. E három problémakör közül jelen tanulmányunkban a fogalom mibenlétével és egyetemes határozmányaival fogunk foglalkozni.

## I.

### A fogalom mibenléte.

5. §. Mint említettük, a fogalom tiszta logikai meghatározásában mindenekelőtt arra kell törekednünk, hogy azt úgy a pszichológiától, mint bármely más ontológiai szemponttól függetlenül definiáljuk. Az előzők után immár azt is világosan látjuk, hogy e meghatározásnak ép oly függetlennek kell lennie bármely ismeretelméleti megfontolástól, mint akár a lélektan adataitól, melyek arra vonatkoznak, hogy a mi emberi gondolkodásunk természeténél fogva a fogalom mint bizonyos ismeretek sajátos összefoglalása, mily feltételek között alakul ki. Mindezen vizsgálatok valójában felteszik a *helyes*, az *igaz fogalom* conceptióját, hisz sajátos tárgykörökre vonatkozólag ép ilyenek *felismerésére* törekszenek. Ennyiben a fogalom tiszta logikai elmélete már feltételezett alapja úgy az ismeretelméletnek, mint a lélektannak.

Kerülnünk kell tehát a hagyományos logika kézikönyveiben széltélben elterjedt oly meghatározásokat, melyek a fogalomban az emberi megismerés bizonyos *eredményeit* látják, mert hiszen a tiszta logika – ismételjük – nem az emberi gondolkodással, de a helyes emberi gondolkodás absolute végső formái előfeltételével: az *igazság* alaki természetével foglalkozik, *a melyből* azután az alkalmazott, vagyis az anthropologiai szempontokat figyelembevevő normatív logika levonhat bizonyos, a gondolkodás gyakorlatára vonatkozó tanulságokat – a nélkül, hogy e tanulságok lényeges mozzanatai volnának a tiszta logikának. Épúgy kerülnünk kell az egyéb ontológiai elemekkel átszőtt meghatározásokat is, a minő például *Hegel* definitiója,<sup>8)</sup> mely a fogalmat »substantialis

hatalom«-nak nevezi s dialektikus mozgásából magát a valóságot vezeti le.

6. §. E két veszedelmes véglet kikerülését nem mi kísértjük meg először. Hogy úgy a psychológiára, mint az ontológiára építő fogalommeghatározás egyaránt helytelen, ezt talán legvilágosabban *Herbart* ismeri fel, midőn kiemeli »dass Begriffe weder reale Gegenstände noch wirkliche Acte des Denkens sind«. <sup>9)</sup> Korunk azon logikusai, kik, mint *Couturat*, a fogalmat logikai funkciónak tekintik, <sup>10)</sup> szintén azon helyes belátásra építenek, hogy a fogalomban logikai-szempontról elsöben is az *érvényességi mozzanatot*, de nem a gondolati actust kell látnunk.

A legtöbb logikusnál azonban e meggyöződés inkább *negativ* formában lép fel, t. i. annak a kiemelésében, hogy minek *ne* tekintsük a fogalmat a tiszta logikában. Az a törekvés, hogy a fogalom mibenléte *positiv* értelemben is meghatározottassék minden psychologiai és ontológiai mozzanattól függetlenül – legvilágosabban s talán legelőször *Bolzanonál* merül fel. A »Vorstellung an sich« sokszor félreértett esnem szerencsésen elnevezett conceptiója ugyanis az, melylyel e gondolkodó ép azon mozzanatot óhajtja kifejezni, melyet mi *tiszta logikai fogalom*-nak nevezünk. A »Vorstellung an sich« ugyanis *Bolzano* szerint az a mozzanat, mely valamely tételnek eleme lehet s a melyet meg kell különböztetnünk úgy a *szótól*, melylyel jelöljük, mint a *tárgytól*, melyre vonatkozik. <sup>11)</sup> Ebből a megállapításból kell már most nekünk is kiindulnunk, hogy a fogalom mibenlétét a tiszta logika szempontjából közelebről meghatározzuk.

7. §. A tiszta logikai fogalom fennállása tehát nem támaszkodik valamely ontológiai mozzanatra s így realitása *érvényességében* van. <sup>12)</sup> Ennyiben a fogalom *érvényességi momentum*. Ámde e meghatározás túlságosan tág, mert hiszen a tétel és a tételviszony (syllogismus) is érvényességi mozzanatok s így tovább kell kutatnunk oly differentia specitica után, mely a fogalmat mint érvényességi mozzanatot más hasonló mozzanatoktól megkülönbözteti. Ilyennek ajánlkozik első pillanatra *Aristoteles* azon meghatározása, mely szerint a fogalom a tétel *eleme* <sup>13)</sup>. Ámde – mint erre alább még vissza-

térünk – a fogalomnak önmagában is megvan az önálló jelentése s így tökéletlen meghatározás volna, ha mibenlétét egyedül a tételben való funkciója szempontjából akarnók megérteni.

A fogalom mibenlétének keresett pontos criteriumát úgy állapíthatjuk meg, ha mindenekelőtt azt vesszük tekintetbe, hogy a fogalom valamit *jelent*. A jelentés – mint látni fogjuk (18. §.) – bár csak *egyik* mozzanata az érvényességnek, de nélküle érvényesség nem állhat fenn. Mi a fogalom jelentésének specificuma? A fogalom jelentheti *különböző* tárgyak viszonyát is, de ez semmi esetre sem lesz a fogalom jelentésének specifikus esete, mert hiszen ily viszonyt *tétel* is kifejezhet. Tételek viszonyát is lehet egy-egy fogalomban kifejezésre juttatni, pl. a Syllogismus általános fogalmában, ámde ez sem tekinthető a fogalom specifikus funkciójának, mert ily viszonyt ép a Syllogismus nevű logikai képlet is érvényre juttat. A fogalom úgy a syllogismusnak, mint a tételnek *előfeltételt* s számára nyilván azon jelentés marad fenn, melyet sem a tétel, sem a Syllogismus nem fejez ki, de a melyre mindkettő támaszkodik. E megmaradt jelentés nem lehet egyéb, mint a dolognak *önmagához* való viszonya, mely nem fejezhet ki egyebet, mint a dolognak *önmagával* való azonosságát. *A tiszta logikai értelemben vett fogalom tehát azon érvényességi mozzanat, melyben valamely jelentett dolognak önmagával való azonossága nyilvánul meg.*<sup>13a)</sup>

8. §. A fogalom tehát önmagával való azonosságot fejez ki: azt, hogy valamely dolog az, a mi. Bár ezt az azonosságot is lehet tétel formájában kifejezni:  $A \text{ est } A$  – de ez nyilván csak látszólag hasonló képlet mint bármely, nem »identikus tétel, a mit mindennél jobban azon körülmény bizonyít, hogy minden dolognak önmagával való azonossága *előfeltétele* minden lehető logikai képletnek s így a tételnek is. Meghatározásunk első megközelítését *Hegel* fennebb idézett definitiójában láthatjuk, mely daczára annak, hogy létet és érvényességet összetéveszt s így a fogalom sajátos realitásának természetét félreismeri – *egy* pontban a helyes belátás megcsillanását mutatja: a mennyiben a fogalmat »a lét és lényeg *igazságának*« mondja, tehát a mennyiben a fogalomban a dolog egy bizonyos immanens igazságának kifejezését pillantja meg.



Mert valóban: abban áll a fogalom lényege, hogy kifejezi a dolog önmagával való azonosságának igazságát. Ép ezért tiszta logikai szempontból csak a *helyes* fogalom valódi fogalom<sup>14)</sup> – a téves fogalom csak az emberi psycheben létezik, mert hiszen nem lehet része az érvényességben, vagyis a fogalom sajátos realitását nem bírhatja. A tiszta logika ép ezért csak a *teljes*, a *tökéletes* fogalmat vizsgálja formális határozmányai-ban – nem pedig a töredékes s ép ezért ritkán teljes és abszolút érvényű emberi fogalmakat. Mert bármennyire is köz-hely már napjainkban amaz empiristikus előítélet, hogy »min-den fogalmunk csak relatív és tökéletlen« – kétségtelen, hogy *ismerünk* tökéletes és teljes, vagyis absolute igaz fogalmakat is – s maga a »relatív« és »tökéletlen« fogalom concepciója is fölteszi ilyenek bírását. Természetesen nem a valóságra vonatkozó fogalmaink közt kell ilyeneket keresnünk, a melyek a valóság határtalanságánál fogva valóban mindig csak töre-dékesek – hanem formális fogalmaink között. Ily tökéletes fogalmunk pl. az azonosság s az ellenmondás fogalmi s általában a logikai alapfogalmak – melyek ha nem volnának absolute pontosak és teljesek, mindenféle logikai megállapítá-sunk lehetlenné válna s így azt sem tudnók megállapítani, *hogy* a legtöbb fogalmunk *tényleg* (igazán) töredékes és tökélet-len. Ama régi sokratikus tan, hogy a teljes relativizmus önmagának ellentmond, mert a saját álláspontját sem képes igazolni, a minden emberi fogalom relatív érvényéről szóló tant is megdönti. Midőn tehát a tiszta logika a tökéletes, az abszolút érvényű, fogalom formai határozmányait kutatja, támasz-kodhat általunk *tényleg birt* tökéletes, vagyis abszolút érvényű fogalmakra, melyekről levonhatja tanulságait. Azon fogalmakra nézve pedig, a melyek körében emberi tudásunk töredékességé-nél fogva abszolút érvényű fogalmakat nem érhetünk el, mint pl. a természettudományban – a tiszta logikai kutatás azon heuristikus fogással segít magán, hogy e fogalmak *eszményét* alkotja meg: úgy képzeletli *mintha* azok tökéletesek volnának s ez eszménynek formái sajátosságait vizsgálja, melyek természetesen megállapíthatók a nélkül, hogy ily eszményi fogalomnak megfelelő tartalmat is felölelnénk. Például: megállapítható ily módon, hogy *bármely* absolute teljes valóságfogalom az *egész*

valóságot megismertetné, ép, mert a valóságban minden összefügg s minden mindenben visszatükröződik.

Végül ki kell emelnünk, hogy egy oly képzeleti mindentudó lénynek a *léte*, a minővel mint heuristikus fictióval voltaképpen élünk, midőn pl. tökéletes valóságfogalmakról beszélünk – nem postulatuma semmiképpen sem a logikai érvényességnek, ép, mert lét és érvény különböző mozzanatok, egymásból nem vezethetők le s így egymásból nem is igazolhatók.<sup>15)</sup> Egy absolut szellem léte, vagy nem-léte metaphysikai és nem logikai kérdés: a logika ép úgy független erre vonatkozó állásfoglalásunktól, mint bármely más ontológiai megállapítástól: hisz ép minden lehető megállapításnak s így minden lehető metaphysikai tételnek is *előfeltételeit* vizsgálja.

9. §. A fogalom azon definitiója, melyre jutottunk, felteszi továbbá azon álláspontot, hogy igazság nemcsak tételben, de *fogalomban* is kifejezést nyerhet. Vagyis, hogy nemcsak a dolgok viszonyában, de magukban az *egyes* dolgokban is nyilvánul meg igazság. Mit fejez ki ez igazság? Azt, hogy minden dolog azonos változatlan lényegével. Ennyiben a fogalomról való meghatározásunk igazolja *Aristoteles* mély tanítását a már az egyes lényben bennrejlő objectiv igazságról,<sup>16)</sup> melyben minden létezőnek része van. Ennek a tannak hajtása, a scholastikusok »omne ens verum«-ja, vagyis azon álláspont, mely úgynevezett ontológiai igazságot is felvesz magukban a létező dolgokban függetlenül az emberi megismeréstől.<sup>17)</sup> Tehát nemcsak a tétel fejezhet ki igazságot, de a fogalom és természetesen a Syllogismus is, úgy, hogy bátran vehetjük fel az igazság hármias formáját a tiszta logika képleteiben: a *conceptualis* igazságot, mely a fogalomban, a *theticus* igazságot, mely a tételben s a *sylogisthikus* igazságot, mely a tételviszonyban, vagyis a syllogismusban nyer kifejezést. Azt liiszszük, hogy csak abban az esetben, ha a fogalomban is ily módon egy igazságot, t. i. az identitás igazságát látjuk érvényesülni – sikerülhet a fogalom alkatrészeit, valamint a fogalomviszonyokat levezetni – a mi mindezideig ép azért nem sikerült, mert a logikai kutatás nem hatolt a fogalom tiszta logikai conceptiójáig.

## II.

### A fogalom alkotómozzanatai.

10. §. A fogalom tehát a dolgoknak önmagukkal való identitását fejezi ki. Ebből folyólag a fogalom mindenekelőtt *valamit valamiről* fejez ki. Az a mozzanat, a melyről a fogalom valamit kifejez, vagyis *a mire* a fogalom vonatkozik – a fogalom *tárgya*; ama momentumot pedig, *a mit* a fogalom kifejez, vagyis *a mi* vonatkozik a fogalom tárgyára, a fogalom *tartalmának* mondjuk. Például: az »ember« fogalmában a fogalom tárgya a concret ember, a fogalom tartalma minden, a mi a concret emberre érvényes, vagyis *a mivel* az ember fogalma az embert jelenti, vagyis az ember *mivolta*. Ha a fogalomnak *több* tárgya van, úgy e tárgy *numerikus* tekintetben is számbajő: a fogalom tárgyát numerikus tekintetben a fogalom *körének* nevezzük. Ez az »ember« fogalmának mindazon egyének összesége, a melyekre az »ember« mivolta érvényes. Végül a fogalom *tartalma* nemcsak abból a szempontból jó számba, a mennyiben a fogalom tárgyának mivoltát fejezi ki, hanem a mennyiben az más fogalmakkal (illetőleg dolgokkal) viszonyban áll; ezt a mozzanatot a fogalom *relatiójának* mondjuk, mely a tiszta logikai fogalomnak épen úgy lényegéhez tartozik, mint akár a tárgy. Még pedig azért, mert a tiszta logikai fogalom – ellentétben a fogalommal mint ismerési productummal – nem tekinthető kiszakítva minden más fogalomhoz való viszonyától függetlenül, mert mindezen viszonyok hozzátartoznak a fogalom érvényességéhez – ha mi concreto nem is tudjuk az illető fogalom összes relatióit felismerni. Mert a tiszta logika ép abból az alább ismertetendő *Bohano-íele* tételből indul ki, mely szerint minden igazság összefügg s így el kell fogadnia azt is, hogy a fogalmakban kifejezésre jutó identikus igazságok is érvényességük teljességét tekintve össze vannak elválaszthatlanul szövődve minden más igazsággal s így minden egyéb identikus igazsággal, vagyis minden más fogalommal is.

A fogalomnak a tiszta logikában tehát *négy* alkotó

mozzanatát kell megkülönböztetnünk, melyek a fogalomnak mint identikus igazságnak lényegéből folynak: tárgyat, tartalmat, kört és viszonyt. Előleges áttekintés céljából már most jelezzük, hogy: tárgy és tartalom viszonyát *jelentésnek*, tartalom és kör viszonyát *vonatkozásnak*, kör és relatio kapcsolatát pedig *rendszeriani helynek* mondjuk a fogalom elméletében. Jelentés, vonatkozás és rendszeriani hely együttvéve *feltételei* a fogalom *érvényességének*. Schematikus áttekintésben tehát a tiszta logikai fogalom szerkezete a következő:

		Fogalom			
tárgy		tartalom		kör	relatio
	jelentés		vonatkozás érvényesség.		rendszeriani hely

Legközelebbi feladatunk e mozzanatokat egyenként tüzetes vizsgálat alá vonni; ez alkotómozzanatoknak mélyebb alapból való deductióját alább a 17. §-ban kíséreljük meg.<sup>18)</sup>

11. §. *Tárgy* tekintetében megkülönböztetünk:

- a) ontológiai,
- b) matematikai,
- c) principialis fogalmakat.

a) *Ontológiai* fogalmak azok, melyeknek tárgya valamely *valóság*, vagyis a létezésnek *Aristoteles* és *Leibnitz* álláspontján nyugvó meghatározása szerint: oly objectum, mely *hatást* fejt ki: ens vi agendi praeditum. Ilyen pl. bármely növény, ásvány, égitest, psyche stb. Míg az anthropologiai (lélektani) szempontokat tekintetbevevő normatív és alkalmazott logika megkülönböztethet concret és abstract, egyszerű és összetett fogalmakat – a tiszta logika szempontjából e különbségek elesnek, mert hiszen e fogalomfajokat a létező dolgok *felfogási* módjának különböző esetei létesítik, tehát lényegileg a megismerés *psychológiájába* tartozó s így nem tisztán logikai distinctiók.

b) *Matematikai* fogalmak azok, melyek tulajdonképeni tárgya *Descartes* helyes tanítása szerint<sup>19)</sup> a *mérték* és *rend*. Ez különbözteti meg a matematikát a logikától, mely a *rend*

fogalmával foglalkozik ugyan, de a mérték mozzanatát figyelmen kívül hagyja. Mit jelent a mérték? Végelemzésben összehasonlítást, még pedig az exact összehasonlítás lehetőségét teszi fel a mérés lehetősége.<sup>20)</sup> Hol, vagyis mily tárgykörre nézve lehetséges exact összehasonlítás?

A valóságos, az ontológiai objectumok körében bizonyára nem, mert a valóság legkisebb mozzanata is határtalanul gazdag részletekben, a minél fogva a valóság végső egységeit nem tudjuk elérni, nem szólva arról, hogy az ontológiai tárgyak individualitással bírnak s már ezért is egy, mindnyájukra érvényes mértékegység alkalmazása a legnagyobb nehézségekbe ütközik.

Exact egybevetés és így pontos mérés csak oly egységek egybevetése alapján jöhet létre, a melyeknek nincs individualitásuk: ez az eset áll fenn – már *Aristoteles* megjegyzése szerint<sup>21)</sup> – a matematikai egységekben. Ismeretelméletileg tekintve ez abban nyilvánul meg, hogy a matematikai fogalmakat *mi* alkotjuk meg synthetikus elmetevékenységünkkel s nem a valóságból merítjük őket – tárgyi, vagyis tiszta logikai szempontból pedig ez azt teszi, hogy a matematikai fogalom csak az olyan objectumra lehet teljesen érvényes, a mely nem qualitative sokféle mozzanatból áll és a mely nem bír individualitással. Ilyen objectum csak a *tér* és *idő* – ezért végelemzésben azt kell mondanunk, hogy *a matematikai fogalom végső tárgya az absolut tér és az absolut idő, a mennyiben benne a mérték és rend törvényszerűsége általában megnyilvánul*. Téren azonban itt általában a simultan mérhetőséget értjük, időn pedig a successiv mérhetőséget. A tér és időnek eme, minimalis szemléleti tartalommal megterhelt mozzanatai képezik a matematikai vizsgálódás tárgyát törvényszerűség vagyis mérték és rend szempontjából – de nem a tér és időnek valamely sajátos esete, a minő pl. az »empirikus« euklidesi tér vagy a physikai idő. E »relatív« tér- és időfogalmakhoz viszonyítva a tért mint merő simultan mérhetőséget *absolut térnek*, az időt mint merő successiv mérhetőséget *absolut időnek* mondjuk.

Ha a matematikai kutatásban a kiindulópont szemléleti minimumát tekintjük, a matematika olyan természetű

meghatározásával fogunk rokonszenvezni, mely azt emeli ki, hogy a matematika célja a tér és idő *törvényszerűségét* kideríteni ép ama minimalis szemléleti mozzanatok alapján, melyeket az *axiómák* fejeznek ki. Ebből a szempontból a matematika a tér és idő lehetőén teljes rationalizálása lesz. Viszont: ha inkább magát a mérték és rend fogalmát tartjuk szem előtt, tekintet nélkül arra, hogy azok classikus érvényesítési területe ép a tér és idő, akkor a matematika olyasféle meghatározásának fogunk előnyt adni, mely a mérték és rend fogalmát állítja előtérbe. De bármint is definiáljuk a matematikát, a kérdés mélyére ható vizsgálatnak – úgy hiszszük, – el kell ismernie, hogy a matematikai fogalom végső *tárgya*, melyet gondosan el kell választanunk itt is a fogalom *tartalmától* – nem lehet egyéb mint az absolut tér és idő a maga törvényszerűségében, t. i. a mennyiben benne a mérték és rend mozzanatai érvényesülnek.<sup>22)</sup>

c) *Principialis fogalmak* azok, a melyek minden lehető dolog végső, már felbonthatatlan elvi praesuppositióinak elemeit jelentik ki. Ily fogalmak: az érvényesség vagyis az igazság fogalma, az azonosság, a relatio és a classis fogalmai, mint a melyek a három logikai alapelvben: a principium identitatis, «ohaerentiae és classificationisban nyernek kifejezést.<sup>23)</sup> E tiszta logikai alapfogalmakat az jellemzi, hogy bizonyos *rendet* fejeznek ki, illetőleg avval kapcsolatosak, minélfogva – mint fennebb (3. §.) láttuk – joggal lehet a logikát egyetemes rendelméletnek mondani. Az azonosság is – mint erre alább (15. §.) visszatérünk – rendet inaugurál, a mennyiben minden lehető rendnek kiindulópontját és alapját fejezi ki. A relatio és a classis fogalmainál szembeszökő, hogy bizonyos elemeknek bizonyos szempontból való rendezettségét fejezik ki. Ugyanez állítható az etnikai és aesthetikai alapfogalmakról is: ezek is értékbeli elsőbbséget, tehát rendet jelentenek.

Igen óvatosan és nagy körültekintéssel kell arra a kérdésre felelnünk, hogy mi a principialis fogalom *tárgya*. E tárgy, mely az emberi affirmatiótól és elismertetéstől függetlenül is fennáll – maga az elemi érvényességi mozzanat, tehát az igaztétel és fogalom *igazsága*.

Felmerülhet azon kérdés, vajjon nem-e ellenmondó, hogy –

mint már jeleztük röviden (10. §.) – a »jelentés«, a »vonatközös« és a »rendszer-tani hely« együtt alkotják az érvényességet – de másrészt most azt állítjuk, hogy az érvényesség lehet a fogalom tárgya? Ez ellenmondás azonban csak látszólagosnak bizonyul, ha tekintetbe vesszük a fogalomnak eddig figyelmen kívül hagyott azon sajátosságát, hogy *magának a fogalomnál is van fogalma* s így úgy az egész fogalom, mint annak egyes alkotómozganata egyaránt szolgálhat újabb fogalom tárgyául. E körülmény nagy horderejű következményeit alább (14. §.) fogjuk kifejteni.

12. §. *Tartalom* szerint a fogalmakat felosztjuk:

1. substratumot kifejező,
2. schematikus,
3. formai fogalmakra.

1. A *substratumot kifejező* fogalmak megfelelnek az ontológiai fogalmaknak. Substratumnak a *qualitativ sokféleséget* nevezzük, illet pedig csak a valóságban találunk a lehető tárgyak körében. A fogalom tartalma az, *a mi* jelenti a tárgyat: a mintegy tükörképe magának a tárgynak, mely a tiszta logikai szempontból tekintett fogalomnál absolute hű. E tükörkép realitása ép abban van, hogy *jelenti* a tárgyat: magát a jelentés fogalmát alább (18. §.) fogjuk tüzetesen megvilágítani.

2. A *schematikus fogalmak* megfelelnek a matematikai fogalmaknak. Scliémának nevezzük az oly tartalmat, mely a nélkül hogy *qualitativ sokféleséget* fejezne ki, mégis némi relatióban áll valamely szemléleti tartalommal. A matematikai fogalmaknál általában *három* mozzanatot kell gondosan széjjeltartani: a *tárgyat*, a *tartalmat* (schémát) és a *symbolikát*. Láttuk, hogy a matematikai fogalom tárgya az absolut tér és idő a maga törvényszerűségében. *Ezt* jelenti, erre vonatkozik a fogalom tartalma a matematikában. *Es mivel* jelenti a tartalom e törvényszerűségét? Ép azon *relatiók* feltárásával a melyeken e törvényszerűség nyugszik. E relatiókat mi emberek a matematikai symbolumokkal fejezzük ki, melyek nyilván conventionalis jelek s ezért korok és népek szerint változnak: ugyanazon matematikai tétel határtalanul sokféle symbolikával fejezhető ki. Ép ezért e symbolumok nem tartoznak a

matematikai fogalomhoz, ha a fogalmat tiszta logikai értelem-  
 ben vesszük: a fogalomhoz csak az a mozzanat tartozik, *a*  
*mivel* a symbolum is kifejezi a matematikai tárgyat. Hogy  
 tehát a matematikai fogalom tulajdonképeni *tartalmát* meg-  
 találjuk, azt a mozzanatot kell kinyomoznunk, *a melyet* a  
 matematikai symbolumok önkényes jelzésekkel különböző  
 vonatkozásokban kifejeznek azon célból, hogy velők a mathe-  
 matika tárgyat: az abszolút tért és időt a maga törvény-  
 szerűségében kifejezzék. E mozzanat, melynek minden math,  
 symbolum és minden specialis math, fogalom ad hoc történő  
 összevonása, s a mely tehát *mint általános matematikai tar-  
 talom* minden matematikai fogalomnak integráns alkotórésze:  
 a *halmaz*. Csak a legújabb matematika, *G. Cantor* vezetése  
 alatt ébredt ennek tudatára s ismerte fel, hogy minden  
 matematikai fogalom a halmazfogalomnak valamely sajátos  
 szempontból megalkotott speciese, a számfogalomtól kezdve, a  
 legbonyolultabb matematikai fogalmakig. Főismerte tehát,  
 hogy a halmaz nemcsak a legalapvetőbb, de a legegységesebb  
 matematikai fogalom is, mely minden matematikai fogalom  
 tartalmának mintegy alaprétégét képviseli. A halmazelmélet  
 tehát a legáltalánosabb matematika. *Ezért bátran mond-  
 hatjuk, hogy a matematikai fogalom végső tartalma a halmaz?*  
 mert végelemzésben *evvel* jelenti a math, fogalom ama törvény-  
 szerűséget, melyet minden esetben kifejez. Megismerési sor-  
 rendünket tekintve, a halmaz a *legmagasabb* rendű abstractio,  
 melyre a matematika valóban csak a közelmúltban jutott;  
 de a logikai sorrend szempontjából a halmaz a *legelemibb*  
 matematikai mozzanat s mint ilyen, alapja és kiindulópontja  
 kell hogy legyen a matematikai kutatásnak. E kettős szem-  
 pontnak megfelelőleg: megismerésünk sorrendjében tekintve, a  
 halmazfogalom abban áll, hogy »eltekintünk« minden egyébtől  
 bizonyos dolgok összességében s csak összetartozásukat vesszük  
 szemügyre – a logikai sorrendet tekintve pedig minden egyéb  
 matematikai fogalom »elvonatbabb« a halmaznál. Ily, a halmaz-  
 fogalom alapján történő elvonás eredményének hajlandó tekin-  
 teni az újabb matematika már a számfogalmat is, mely ha  
 logikailag elemibb mozzanatra reducálható, csakis a halmaz-  
 fogalom specialis módosulatának tekinthető.



3. *Formai* fogalmak azok, a melyek minden lehető dolog legegyetemesebb határozmányait jelentik, s így semmiféle dologhoz nem adnak valami új tartalmi mozzanatot. Ilyenek a principialis fogalmak, a melyek ép ezért a dolgoknak csak mérő formai határozmányait fejezik ki. Élesen meg kell különböztetnünk a formai fogalmakat a schematikus fogalmaktól, bár gyakran összetévesztik őket, nevezetesen mindazok, kik a matematikát és a logikát azonosítják, a minek téves voltára fennebb (11. §.) mutattunk rá. A schematikus fogalomban mindig mértékbeli: quantitativ mozzanat van s ezért nem oly egyetemes érvényű, mint a formai (principialis) fogalom: míg ugyanis a schematikus fogalom természetszerűleg csak oly dolgokra érvényes, a melyekre mérhető quantitativ elem van, addig a formai fogalom *minden lehető* dologra, érvénnyel bír.

Ezért, mint rögtön látni fogjuk, kör tekintetében lényeges különbség áll fenn közöttük.

13. §. *Kör* tekintetében a fogalmak feloszthatók:

1. Egyes,
2. többes,
3. egyetemes fogalmakra.

1. *Egyes* fogalom az, melynek csak *egy* tárgy felel meg. Ez azonban csak akkor állhat fenn, ha ama tárgynak, a melyre a tartalom vonatkozik, van individuális jellege, mely azt megkülönbözteti minden más lehető tárgytól. Ez az eset a valóságfogalmaknál, a melyek szemben a matematikai és a principialis fogalmakkal, egyedül jelentenek individuumokat. Ellenben nem mondható, hogy a valóságfogalom *csakis* individuumokat jelenthet: hiszen érvénnyel bírnak a valóságra nézve fajfogalmak is. Az, a mit állítunk, midőn ép az egyes fogalmat hozzuk szorosabb kapcsolatba az ontológiai fogalmakkal, csupán az, hogy a szó teljes értelmében *egyes* fogalom, melynek tárgya *egyetlen*, kizárólag az ontológiai fogalmak körében állhat fenn.

2. *Többes* fogalom az, mely numerikus tekintetben nemcsak egyetlen tárgyra vonatkozik, mint az egyes fogalom, de nem is minden lehető tárgyra, mint az egyetemes fogalom, hanem két vagy több objectumra, tehát *halmazra* vonatkozik. A többes fogalomnak eszerint kettős határa van: egyrészt a *kettősség*, mely a többségnek minimuma, másrészt a *mindenség*.

E két korlátja a többség fogalmának annyiban egynek vehető, a mennyiben a mindenséget felölelő többségfogalom egyúttal egy taggal (elemmel) bír, ha a mindenséget veszszük egységnek.

A többes fogalom a maga logikai sajátágaiban csak a legújabb kor tudományában vált öntudatosá: a halmazelméletben. A halmaz ugyanis nem egyéb, mint legtisztább formában megjelenő többes fogalom, mert hiszen rajta ép több dolog (elem) összefoglalását értjük, miközben »eltekingünk« az elemeknek egymáshoz való viszonyától. A halmaz fogalma egyaránt kizárja az oly halmazt, melynek csak *egyetlen* tagja van, valamint egy oly halmazét, melyben minden lehető dolog beletartozik, tehát az *egyetlen* halmaz fogalmát. Mindkettő ugyanis ellenkezik a halmaz-, vagyis a többes fogalom definitiójával, az előbbi ellenkezik, mert oly halmaz, melynek *egyetlen* eleme van, *contradictio in adjecto* s ily módon összezavartatik a többes fogalom az egyes fogalommal. Viszont az egyetlen, minden lehető dolgot magába foglaló halmaz fogalma ugyancsak ellenmond önmagának, mert a halmaz (többes) fogalomban nemcsak az foglaltatik, hogy az *összefoglalása* több elemnek, hanem az is, hogy ép ez által *elhatárolódik* más elemekkel szemben. Vagyis a halmaz mindig feltesz oly elemeket, illetve ezek összességét: legalább *még egy* oly halmazt, mely *kívülről* fekszik: *a melylyel szemben* elhatárolódik, vagyis feltesz oly többséget, *melyből* kiemeltetik. A halmazfogalom »plurale tantum«: csak ha *több* halmaz áll fenn, csak akkor van *egy* halmaznak is értelme. A halmazt tehát per definitionem nem szabad annyira növelni, hogy végül *egyetlen* nagy halmaz keletkezzék, mely minden lehető dolgot magába foglal: hanem meg kell állanunk legalább a *két* halmaz fogalmánál, hogy a halmaz negatív jelentésének is eleget tegyünk, vagyis hogy maradjanak (esetleg egy vagy több halmazt alkotó) oly elemek, melyek *nem* hozzá tartoznak. E negatív mozzanat nélkül a többes fogalom összefolyna az egyetlen fogalommal, holott attól specifikusan különbözik, mint ezt alább tüzetesen kifejtjük.

*Részben* abból, hogy némelyek a halmaz fogalmát illetéktelenül kiterjesztve megalkotják az *egyetlen halmaz* hybrid és ellenmondó conceptióját, keletkeznek a halmazelméletben bizonyos antinómiák,<sup>24)</sup> melyeket *Russell* úgy akar megoldani, hogy óv a »túl nagy« osztály fogalmának megalkotásától.<sup>25)</sup>

Ámde *Poincaré* jogosan veti ellen,<sup>26)</sup> hogy a »túlnagy osztály« fogalma határozatlan s így valóban nem marad egyéb hátra, mint ép a halmazok számának minimumául legalább kéthalmazt meghagyni, a mi – mint láttuk – a halmaz, illetve a többes fogalom fogalmának valóban corollariuma. Végül megjegyezzük, hogy a többes fogalom logikai lényegéből folyik az is, hogy a benne összefoglalt elemek nem egyéni, egymástól eltérő saját-ságaikban, hanem csak *számosságuk* tekintetében érvényesülnek.

3. *Egyetemes* fogalmak azok, a melyek minden lehető dologra érvényesek. Önként következik ebből, hogy csak a principialis fogalmak valóban egyetemesek. Az oly fogalmak tehát, mint »minden ember«, »minden égitest«, tiszta logikai szempontból elemeket összefoglaló, tehát többes fogalmak. Míg tehát a többes fogalom *számosságon* alapuló *összességet* jelent, addig az egyetemes fogalom egészen más szempontból egységesít, melylyel a következő gondolatmenet ismertet meg.

Midőn azt mondjuk, hogy pl. az azonosság fogalma érvényes minden lehető dologra, evvel voltaképen azt fejezzük ki, hogy minden lehető dolog fogalma csak akkor lehet *igaz*, vagyis helyes, ha azonosságot fejez ki. Evvel pedig nem egy tapasztalható tényt fejeztünk ki, hanem *értéklünk*, még pedig az által, hogy a logika értékesség egy egyetemes feltételét jelöltük meg s e feltétel, emez értékesség alapján történt az azonosság fogalma alapján az egységesítés. Ez egységesítésben hiányzik ama numerikus elem, mely a többes fogalom alapján való összefoglalást jellemzi. E kétféle összefoglalás különbségét az is mutatja, hogy – mint láttuk – míg a többes fogalom lényegével ellenkezik, hogy *egyetlen* halmazba foglaljon össze minden lehető dolgot, addig az egyetemes fogalom alapján történő egységesítés *ép abban* áll, hogy minden lehető dolgot bizonyos *értékesség* szempontjából összefoglal egyetlen nagy osztályba.

14. §. *Relatio* tekintetében a fogalmakat felosztjuk:

1. inhaerentiát,
2. functiót,
3. subordinatiót kifejező fogalmakra.

E §-ban a fogalom elméletének azon része kerül tárgyalás alá, melyet a hagyományos logika »a fogalomviszonyok teoriájának« nevez. Jeleztük, hogy tiszta logikai szempont-

ból a fogalmat nem lehet kitépni ama relatiók hálózatából, mely más fogalmakkal összeköti s így a tiszta logikában a fogalomviszonyok elválaszthatatlanok a fogalom lényegétől.

Minden fogalom más fogalmakkal összefügg – s így azt mondhatni, hogy minden fogalom minden fogalommal relatióban áll. Valamely mindentudó elme az összes fogalmakat egy nagy rendszerben látná, a melyben bármely fogalomnak bármely fogalommal való összefüggése nyilvánvaló lenne. Következik ez ama, *Bolzano* által kifejtett tanból, hogy az igazságok egy nagy összefüggő rendszert alkotnak,<sup>27)</sup> a mely tételt mi ama még egyetemesebb logikai alapelvre vezettünk vissza, melyet »princípium cohaerentiae«-nek nevezünk.<sup>28)</sup> A fogalom úgy is mint igazság (identikus igazság), úgy is mint a »dolog« kategóriája alá tartozó mozzanat, szükségképpen mindig csak minden más fogalommal való összefüggésben állhat fenn, vagyis lehet érvényes.

Miben áll és hányféle lehet a fogalmak ilyenén logikai összefüggése? Erre a kérdésre felel a fogalomviszonyok elmélete. Ez utóbbi megalapozásának céljából amaz, ugyancsak *Bolzano* által először kifejtett tételből kell kiindulnunk, mely szerint az igazság természetéből kifolyólag határtalan, sőt bátran mondhatjuk: végtelen számú igazság van.<sup>29)</sup> Mert ha  $A$  tétel igaz, amaz  $A\chi$  tétel is igaz, hogy  $A$  tétel igaz, s hasonlóképpen amaz  $A\chi$  tétel is igaz, mely szerint  $A\chi$  tétel igaz – s így a végtelenig. Ez igazságok egy végtelen sort alkotnak, melynek tagjai a ratio és consequentia szerinti összefüggésben állanak egymással. Miután pedig bármely igazságra érvényes e *Bolzano-féle* tétel, bármely igazság úgy tekinthető mint a mely egy végtelen igazságsornak kiindulópontja,<sup>30)</sup> e tételt másképp úgy is lehet kifejezni, hogy a véges számú igazság fogalma ellenmondást zár magába.

A fogalom is igazságot fejez ki: identikus igazságot. Az imént idézett *Bolzano-féle* tételnek tehát a fogalmakra is van érvénye, a hol azonban azon formát kell neki adnunk, hogy minden fogalomnak is megvan a fogalma s ez utóbbi fogalomnak ismét van fogalma – egész a végtelenig. Más szóval: a véges számú fogalom *contradictio in adjecto: végtelen számú fogalom van érvényben.*<sup>31)</sup>

Bármely fogalom tehát egy végtelen fogalomsornak első tagja. Az így keletkezett sornak egyes tagjai viszonyban állanak egymással s viszonyulnak ama totalitáshoz is, *a mely felé a sor mindig halad*. Ezt a totalitást *sorideálnak* neveztük <sup>31)</sup> s értjük rajta ama egészet, melyet a sor meg akar valósítani azáltal, hogy az egésznek elemeit *értékük* szerint rendezi. Ezért mondtuk, hogy *minden sorrend értékbeli rend* <sup>32)</sup> s a sor tagjainak egymásutánját mindig az határozza meg, hogy mennyire: mily mértékben közelítik meg egy-egy lépéssel a sorideál által képviselt totalitást. Ez a sorrend, mely tehát szükségképpen születik meg minden egyes fogalomból, a *fogalomviszonyoknak* is végső gyökere, mint ezt talán sikerül a következőkben kimutatnunk. Mielőtt azonban ennek kifejtéséhez fognánk, magával a logikai értelemben vett »fogalomviszony« fogalmával kell tisztába jönnünk.

A fogalomviszony mindig relatiót jelent. A relatiókat lehet többféleképpen osztályozni. Merőben külső criteriumok azok, melyeknél fogva *Russell* megkülönböztet<sup>33)</sup> pl. one-one és one-many relatiót, mely relatiofajok a viszonyban álló tagok száma szerint különböznek egymástól. Épen így csak külső ismérveket vesz tekintetbe amaz elterjedtebb felosztás, mely symmetrikus és asymmetrikus relatiókat vesz fel, mert itt ép csak *ÉLZ* el fundamentum divisionis, hogy vájjon a viszonyban levő tagok sorrendje közömbös-e vagy sem, a nélkül hogy megjelöltetnék e sajátság alapja. Hogy mindezen említett relatiofajok csak a relatióknak külső formáját s így nem logikai mibenlétét jellemzik, azt kétségtelenné teszi azon körülmény, hogy avval, ha egy relatiót pl. symmetrikusnak mondok, még nem határoztam azt meg közelebbről, mert a legkülönbözőbb fogalomviszonyok lehetnek egyaránt symmetrikusak. Így pl. az azonosság nyilván one-one relatio, de a mellett symmetrikus is, a subordinatio lehet esetenként one-one és one-many relatio is, a szerint, hogy egy vagy több tagot rendelünk egy általánosabb mozzanat alá s a mellett asymmetrikus jellegű is minden esetben, kivéve, midőn a subordinatio által alkotott classis csak egy tagot tartalmaz. Bármily értékes szolgálatot is tehet az általános relatioelméletben a relatiók említett külsőleges osztályozása, a fogalom-

viszonyok elméletének alapjául nem fogadható el s így más kiindulópont után kell néznünk.

A fogalomviszonyok azon osztályozásának, mely azokat nem külső formai sajátságai, hanem logikai alapjuk szerint tekinti – abból a belátásból kell kiindulnia, hogy *minden fogalomviszony fogalmaknak egymástól való függését jelenti*. E függés pedig azt teszi, hogy egyik fogalom a másik által valamiképpen meg van határozva, vagyis jelentésében korlátozva van. Ezt a kölcsönös jelentésbeli korlátozást, mely (a fentiek után) tiszta logikai szempontból tekintve minden fogalom részéről minden más fogalomra kiterjed – *implicatió-nak* fogjuk nevezni s azon tételt állítjuk fel, *hogy a fogalomviszonynak egyes esetei az ily értelemben vett implicatió-nak módosulásai*.

15. §, Ez implicatió-nak alapjában *három esete* lehetséges, ú. m.: 1. Midőn a fogalmak relatiója azok tárgyának lényegbeli rokonságán alapszik. Ezt az esetet *tartalmazásnak* (inherentia) fogjuk nevezni. 2. Midőn az implicatio alapja ama közös törvényszerűség, melynek különböző fogalmak alá vannak vetve, ezt *functio-nak* mondjuk. 3. Midőn az implicatio azt jelenti, hogy az egyik fogalom köre a másik fogalom körét magába foglalja ez a *subordinatio-nak* viszonya. Lássuk ez eseteket közelebbről.

1. Az implicatió-nak első esetét tehát az úgynevezett *inhaerentiás fogalmak* képviselik, vagyis a *melyekhez* egy másik fogalom hozzátartozik, vagy a *melyek* hozzátartoznak egy más fogalomhoz. Ilyen pl. valamely államszervnek vagy földrésznek fogalma. E »hozzátartozás« mindig az ily módon relatióban álló fogalmak *tartalmából* folyik. Itt alapjában *kétféle eset* lehetséges: az inhaerentia elsősorban azt fejezheti ki, hogy valamely dolog *önmagához* tartozik, másodsor pedig azt, hogy az a dologhoz egy, más, ? dolog tartozik. Az *első eset* áll fenn pl. egy tulajdonság és annak hordozója között, a hol a kapcsolatot: a hozzátartozást voltaképpen a dolognak egységes lényege hordozza, melynek a tulajdonságok is – ha azok a lényegből folynak, scholastikus terminussal élve: ha a »forma substantialis folyamányai – megnyilvánulásai. Itt tehát az *azonosság* az mely az inhaerentiát megalapozza.

A *második eseben* két, egymástól különböző és önálló dolog áll a hozzátartozás viszonyában: ez a *bírás* (εχειν) viszonya. Itt ismét több esetet lehet megkülönböztetni, melyek kifejtése azonban inkább a phaenomenológiába és a metaphysikába, semmint a logikába tartozik.<sup>34)</sup>

A hozzátartozásnak negatív kifejezése a *nem hozzátartozás*. Tiszta logikai szempontból ugyanis a fogalom nemcsak azt jelenti a mi hozzátartozik, hanem azt is, a mi *nem* tartozik hozzá.<sup>35)</sup> így tehát az azonosságban – mint a hogy a német idealismus körében is gyakran felmerült *Spinoza* azon gondolata, hogy: *omnis determinate est negatio*, valóban benne rejlik egy negatív elem: a fogalom nemcsak azt jelenti, *a mi* az ő tárgya, hanem azt is, a mi az *nem*. Ez a *contradictio-nak* nevezett fogalomviszonynak az alapja, mert hiszen minden dolog minden más dologgal szemben a *contradictio* viszonyában áll. A *contradictio* a legáltalánosabb értelemben vett ellentét, a melynek egyik eseteként lehet a *contrarietast* tekinteni, még pedig a következő megkülönböztetések útján.

A *contradictio* voltaképen a legáltalánosabb értelemben vett *különbözőséget* jelenti. Itt – *Aristotelesszel*<sup>36)</sup> – két főesetet kell széjjeltartanunk: a *per se* való különbséget: a *diversitast* és a különbséget általában: a tulajdonképeni *differential*. A *differentiában* viszont ismét *Mt* esetet kell megkülönböztetnünk: a *minimalis* és a *maximalis* *differentiát*. Az előbbit *contingentiána* *Jc* (érintkezésnek), az utóbbit *contrarietas-nak* nevezzük, mert valóban, mint már *Aristoteles* mondja: az ellentét a legnagyobb különbség.<sup>37)</sup>

Összefoglalva tehát az *implicatio* első esetét, az *inhaerentiát*, a következő táblázatot nyerjük:

### *Inhaerentia.*

1. Identitás.
2. Bírás.
3. Különbség.
  - a) *diversitas*,
  - b) *differentia*,
  - c) *contingentia*,
  - d) *contrarietas*.

16. §. 2. A *functio* legáltalánosabb értelemben oly törvényszerűséget jelent, melynek két vagy több dolog egyaránt alá van vetve. A szerint, hogy ez összefüggésben melyik -momentum emelkedik ki, itt *három* esetet kell megkülönböztetni, ú. m.:

a) Midőn az összefüggés csak abban áll, hogy a dolgok {elemek} *A* összességéből megfelel a dolgok (elemek) *B* összességében az *A* minden elemének bizonyos törvényszerűség szerint a *B* összességben egy, vagy több elem. Ezt a megfelelőséget a halmazelmélet terminológiáját követve mi is *leképezésnek* fogjuk nevezni. Ebben több eset különböztethető meg, – *Schröder* például tizenötöt mutat ki<sup>38)</sup> – a melyekre azonban jelen dolgozatban, mely a fogalomviszonyoknak csupán legáltalánosabb típusait vizsgálja, nem terjeszkedhetünk ki.

b) A functionalis összefüggés *második* esete az, midőn az összefüggésben álló tagok egyike *egyenértékű* a másikkal, a nélkül, hogy azonosak volnának egymással. Ez az *egyenlőség* viszonya, mely ép abban áll, hogy két dolog ugyanazon értékkel bír bizonyos szempontból, bár egymástól egyébként különböznek – s ép ezért egymás helyett használhatók: unum potest substitui alteri salva veritate (Leibniz). E viszony teljes értelmében nyilván csak matematikai fogalmak közt állhat fenn, a hol a mellett, hogy egységekről van szó, ez egységeknek nincs individualitásuk s így az egyenértékűség teljesen érvényesülhet. Természetes tehát, hogy ezt a fogalomviszonyt is, mint a leképezést, a matematikai kutatás tette öntudatosá.

Az, a mit a fogalomviszonyok hagyományos elmélete *coordinatió*nak nevez, nem egyéb, mint egyenlőség.<sup>39)</sup> Coordinált fogalmak ugyanis azok, a melyek bizonyos szempontból t. i. tekintettel arra, hogy közösen alárendelteknek egy általánosabb fogalomnak – egyenértékűek s így felcserélhetek. Ha azt mondjuk: a »kaukázusi ember« és a »néger« fogalmi koordináltak az »ember« fogalmának szempontjából – akkor ez azt teszi, hogy *mint emberek* egyenértékűek, tehát egyenlők s így egymásnak substituálhatók pl. a jogegyenlőség szempontjából.

c) A functionalis összefüggés *harmadik* esete adja a függvénynek szűkebbkörű matematikai fogalmát. Itt a dolgot összefüző törvényszerűségben ama mozzanat lép előtérbe,



melynél fogva e törvényszerűség bizonyos dolgokhoz (az úgynevezett független változóhoz) egy, vagy több dolgot (a függő változót) úgy rendel hozzá, hogy a független változó változásával általában a függő változó simultan megváltozása jár.

Az, a mit a hagyományos logika *corrélationak* nevez a fogalomviszonyok körében, nem egyéb, mint a functionalis összefüggés általában. Mert correlat fogalmaknak azokat nevezi, melyek egymás nélkül nem állnak fenn, mint pl. hegy és völgy, úr és szolga. E kapcsolat közöttük pedig voltaképpen abban áll, hogy részei egyazon egésznek (a fenti példákban: a földgyenetlenségnek, illetve a háztartási egységnek), vagy még elvontabban kifejezve: ugyanazon törvényszerűségnek köszönik létrejövésüket. Ez által a correlatio a functio egyetemes fogalma alá kerül. Tiszta logikai szempontból – ép mert *minden* fogalom összefügg, vagyis egymást jelentésében felteszi – *minden* fogalom *minden* fogalommal szemben correlativ, bár tökéletlen emberi tudásunk a correlativitást csak a legszembeszökőbb esetekben képes felismerni.

Összefoglalva a functionalis viszony eseteit, vagyis az implicatio második értelmének modificatióit – a következő táblázatot nyerjük:

### *Functio.*

1. Leképezés,
2. Egyenlőség,
3. Függvényi összefüggés.

17. §. 3. A *subordinatio* a szó legáltalánosabb értelmében az implicatióinak azon módját jelenti, midőn valamely tágabbkörű fogalom egy szűkebbkörű fogalmat körébe foglal. Itt is *három* esetet kell megkülönböztetnünk, melyek a következők:

a) Az első az egyszerű *subsumtio*. Ez azt teszi, hogy *a* fogalom az *A* fogalom alá tartozik. A *subordinatio* mint *subsumtio* egyszerűen ezt jelenti minden további *complicatio* nélkül.

b) Egy speciálisabb esete a *subsumtió*nak az, midőn a mellett, hogy *A* felső fogalomnak *a* fogalom van alárendelve, az *a* fogalomnak ismét *a<sub>1</sub>* fogalom *subsumáltatik*. Ez esetben

nyilván érvényes azon tétel, hogy miután  $a$   $A$ -nak van alárendelve és  $a_1$  viszont  $a$ -nak – akkor  $a_1$  is alá van rendelve  $A$ -nak. A subsumtio e sajátosságát az újabb logika *transitivitásnak* nevezi – s transitív viszonynak általában az oly relációt, midőn két-két dolog viszonyában egy harmadik *ugyanolyan* viszony foglaltatik, tehát a hol ha  $aRb$  és  $bBc$  érvényes, érvényes az  $aRc$  is. Nézetünk szerint nemcsak minden subsumtio transitív viszony, de megfordítva is áll: minden transitív viszony egyúttal subsumtio, illetőleg annak tekinthető, így pl. ha  $A$  testvére  $B$ -nek és  $B$  testvére  $C$ -nek, akkor  $A$  is testvére  $C$ -nek, ép azért, mert úgy  $A$ , mint  $B$  és  $C$  egyaránt alá vannak rendelve a »testvériség« fogalmának. Ezért úgy hiszszük, hogy a transitivitás logikai alapja mindig a subsumtíóban gyökerezik.

c) Még sajátosabb esete a subordinatióknak az úgynevezett *lánctviszony* (catenatio), mert ez viszont már a transitivításában érvényesülő subsumtiónak egy specialis módja. Ez akkor áll elő, ha  $A$  felső fogalomnak *végtelen sole fogalom* rendeltetik alá, melyek mindegyikére áll a transitivitás, vagyis hogy  $A$  felső fogalommal bizonyos közös mozzanattal bírnak. A subsumtio e sajátos esetét *Dedelcind* ama nagy horderejű vizsgálata tette öntudatossá, mely a *lánct* (Kette) fogalmára vezetett<sup>40</sup>), még pedig nagyjában a következő gondolatmenet alapján. Végtelen halmaz  $M$  az, mely leképezhető egy valószínűségi alkotórészére  $M_1$ -re. *Ugyanezen* leképezés ezt az  $M_i$  részhalmazt ennek valamely valódi részére  $M_2$ -re képezi le. Ez utóbbit viszont ennek  $M_a$  valódi részére és így tovább. Az ilyen módon keletkezett  $M_i$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  etc. halmazok, a melyeket *egyazon* leképezés útján egymásután származtattunk, a *Dedehind-féle* terminológiában *lánctot* (Kette) alkotnak. Ez önmagára való s a végtelenig folytatódó leképezés logikai szempontból a subordinatióknak egy sajátos esete, melyet tiszta logikai szempontból való horderejében még egyáltalán nem ismerünk s már ezért is a legnagyobb figyelmet érdemli.

Összefoglalva a subordinatióban foglalt sajátos fogalomviszonyokat, a következő összeállítást nyerjük:

*Subordinatio.*

1. Subsumtio,
2. Transitivitas,
3. Catenatio.

18. §. Miután ily módon felsoroltuk az összes lehető fogalomviszonyokat, immár arra kell törekednünk, hogy azokat valamely egységes logikai alapból levezessük s így a priori alapjukat mutassuk ki. Mindezideig – tudunkkal – ez irányban kísérlet sem történt, pedig e deductio nélkül a fogalomviszonyok egész rendszere úgyszólván a levegőben lóg s nem egyéb ötletszerűen összeállított felsorolásnál.

A legmélyebb alap, melyből a fogalomviszonyok táblázatának kifejtetőnek kell lennie, nem lehet egyéb, mint magának a fogalomnak mivolta s alaptermészetének valamely vonása.

Abból kell kiindulnunk, hogy – mint láttuk (14. §.) – minden fogalomviszony implicatio, vagyis egymástól való függés. Minden egyes fogalomtól tehát végtelen számú fogalom függ, mert hiszen meggyőződünk arról, hogy minden egyes fogalom egy-egy végtelen fogalomsornak kiindulópontja (14. §.). Minden egyes fogalom tehát végtelen sok fogalmat implicál. Ennyiben azt is lehet mondani, hogy minden fogalomban végtelen sok fogalom inhaereál, vagyis minden egyes fogalomhoz végtelen sok fogalom tartozik. Az *inhaerentia* viszonya tehát már azáltal van megalapozva a fogalom természetében, hogy minden egyes fogalom egy végtelen fogalomsor forrása s ezáltal már ipso facto inhaerentia áll fenn a sor első tagja s a belőle fakadó végtelen sok fogalom között. Az inhaerentia egyes esetei pedig így folynak a végtelen fogalomsor természetéből.

A sor *első*, vagy bármely tagjának *önmagához* való viszonya adja az inhaerentia első esetét: az *identitást*.

Az *első* tag viszonya az összes többi taghoz a végtelen fogalomsorban az inhaerentia második esetét: a *bírást*, mert hiszen bizonyos tekintetben a sor valamennyi tagja az első taghoz tartozik, anélkül hogy vele azonosak volnának.

Viszont azonban bár a fogalomból fakadó végtelen

fogalomsor tagjai egymástól függenek, mégis *különböznek* egymástól, s így e sorban a negatív inhaerentia: a *különbség* is kifejezést nyer. Még pedig: a *diversitas* viszonya áll fenn a sor minden egyes tagja és a sor összes többi tagja között, a mennyiben egymással szemben »más« fogalmak – de viszont a *differentia* szempontjából is különböznek egymástól, a mennyiben ha a sor összes tagjait mint egyazon alapfogalom módosulásait tekintjük, e tagok csak per accidens különböznek egymástól. A fogalomsor két szomszédos tagja a minimalis különbséget mutatja: ezek képviselik a *contingens* fogalmakat, a legtávolabbi tagok pedig egymással szemben a maximális különbséget mutatják: a *contrarietas* viszonyában állanak. Nehogy azonban félreértsünk, ki kell emelnünk, hogy a sor legtávolabbi tagjai sem ellentétesek egymással szemben *jelentősükre* nézve, sőt egymást kiegészítik, mert hiszen a fogalomsor legutolsó tagja az volna, mely a kiindulópontul szolgáló fogalomban rejlő összes (végtelen számú) fogalmat képviseli – hanem az ellentét a két egymástól legtávolabb állónak gondolt sor-tag között abban áll, hogy az első tag *minimális*, az utóbbi *maximális* tartalommal bír. Ez a különbség képviseli a végtelen fogalomsorban a *contrarietas* fogalomviszonyát.

Hasonlóképpen kimutatható, hogy az *implicatio* második esete: a *functionalis* viszony szintén a bármely fogalomból fakadó végtelen fogalomsor természetében gyökerezik.

*Functionalis viszonyban általában* áll nyilvánvalólag a sor első tagja a sor összes többi tagjaival, vagy a sor egyes tagjai egymással, mert hiszen közöttük törvényszerű összefüggés áll fenn. Miután e sor végtelen, tehát végtelen halmazt alkot, a *leképezés* viszonya áll az egész sor összes tagjai s a sor egy valóságos alkotórésze között, a mely lehet úgy egy-egyértelmű mint egy-többértelmű. Az *egyenlőség* viszonya áll fenn a sor *első* tagja és a sor *összes* többi tagja között, a mennyiben e sor maga sem egyéb mint kifejtése mindazon (végtelen sok) fogalomnak, melyet a kiindulópontul szolgáló fogalom tartalmaz s így ez utóbbi fogalom *egyenértékű* a belőle kifejezhető valamennyi többi fogalommal. A *coordinatio* úgy fogható fel, mint a mely fennáll a sor két vagy több tagja között viszonyítva azon totalitáshoz – az úgynevezett *sorideálhoz*<sup>41)</sup> – melyet

az egész sor kifejez. Ennek más szavakkal való kifejezése a *consistentia* vagyis az összeférhetőség egy összességben. A funktionalis összefüggés harmadik esetének: *függvény szerű, összefüggésnek* pedig megfelel azon viszony, mely a sor első tagja és a belőle fakadó többi végtelen számú tag között áll fenn. Ha ugyanis változik az első tag, vele mint független változóval együtt változik a belőle fakadó tagok végtelen sora is. Végül az *implicatio* harmadik esetét: a *subordinatió*t kell szempontunkból szemügyre vennünk. Ennek a három esete is a minden egyes fogalomból fakadó végtelen sor természetében van megalapozva. A *subsumtio* viszonya áll fenn a sor bármely egyes tagja és a sorideál között. *Transitivitas* áll fenn a sor két-két egymásra következő tagja között – hiszen ép ezért *Russéll* a sorszerűség lényegét általában aszimmetrikus-transzitiv relatiók fennállásában látja.<sup>42)</sup> Miután a minden egyes fogalomból fakadó fogalomsor végtelen s így végtelen halmazt képvisel, belőle végtelen sokféleképpen láncz is alkotható s így a *catenatio* viszonya is meg van alapozva a végtelen fogalomsorban.

*Sikerült tehát kimutatnunk, hogy az összes lehető fogalomviszonyok ama végtelen fogalomsor természetében gyökereznek, mely minden egyes fogalomból szükségképpen fakad.* Ezáltal jelentékeny lépéssel haladtunk előre a fogalomviszonyok teoriájában, mert felfedeztük a fogalomviszonyok a priori alapját, melyből azok logikailag erednek.

Bármily jelentős azonban e lépés, melyet tettünk, még általa nem jutottunk a fogalomviszonyok végső gyökeréig. Mert magának a sorszerűségnek sajátosságai, melyekre az előzőkben a fogalomviszonyokat visszavezettük – maguk is egy mélyebb alapból magyarázhatók csak meg, lévén azon körülmény, hogy minden lehető dolog valamely sor tagjának tekinthető, maga is egy megmagyarázandó mozzanat.

19. §. Ez utóbbi körülmény bővebb kifejtését, valamint a jelzett probléma megoldását »A sorképzés principiuma« című tanulmányunkban kíséreltük meg. Ügy találtuk, hogy a sorszerűség alapja nemcsak azon körülmény, hogy a dolgok egymással relatióba léphetnek, mert ez a sorszerűség lényegét: a progressiót nem magyarázza meg. Hogy ez utóbbit megért-

hessük, a mérő relation kívül a relatiók ismétlődésének mozzanatára is kell alapot találnunk, mely nem lehet egyéb, mint hogy a sorszerűség lényege egy totalitásnak kifejezése, vagyis a mi terminológiánkkal élve: ha nemcsak a principium cohaerentiae, hanem egyúttal a principium classificationis megnyilvánulását is felvesszük a sorszerűségben. Mindkét principium pedig felteszi a principium identitatis érvényét<sup>43</sup>) s így végelemzésben *a sorszerűség semmi egyéb mint ép e három logikai alapelvnek: a principium identitatis, a pr. cohaerentiae és a pr. classificationis együttes kifejezése vagyis érvényesülése a fogalmak Mrében.* Mint a hogy előre is látható volt: a fogalomviszonyok végső gyökerét a logikai alapelvek alkotják, melyek a sorszerűség közvetítésével az összes lehető fogalomviszonyok csiráit rejtik magukba.

### III.

#### A fogalom alkotómozzanatainak egymáshoz való viszonya.

20. §. Úgy találtuk (10. §.), hogy a fogalom alkotómozzanatai: a tárgy, tartalom, kör és relatio. E négy alkotórész magából a fogalom lényegéből folyik, amennyiben: a tárgy és tartalom az a két mozzanat, melyen kifejezést nyer a fogalomban érvényesülő azonosság – a kör és a relatio pedig ez azonosságot más dolgokhoz való viszonyításban jelöli, még pedig: a kör ez azonosság viszonyát a fogalom tárgyához numerikus tekintetben, a relatio pedig az azonosság viszonyát más azonosságokhoz (fogalmakhoz) fejezi ki.

De nemcsak ebből a szempontból indokolhatók a fogalom alkotómozzanatai: itt is végelemzésben sikerül megtalálni a kapcsolatot minden logikai képlet legmélyebb alapjával: a logikai alapelvekkel. Közelebről szemügyre véve ugyanis a fogalom összes alkotómozzanatai *három* momentumot fejeznek ki: *azonosságot*, a mennyiben a fogalom lényegénél fogva valamely dolognak önmagával való azonosságát jelenti; továbbá *összefüggést*, a mennyiben relatiót tartalmaz más dolgokhoz

és végre *osztályozottságot*, a mennyiben mint körrel bíró osztályként szerepelhet a neki alárendelt fogalmakkal szemben, vagy a mennyiben ő maga már eleme egy osztálynak. Tehát a fogalom alkatrészeiben is visszatükröződik minden logikum végső formája: a három logikai alapelv: a pr. identitatis, a pr. cohaerentiae és a pr. classificationis s nyer kifejezést már a fogalom egész szerkezetében is. És ez nem is lehet másképen: a logikai alapelvek abszolút érvénye ugyanis ép azt jelenti, hogy minden lehető dolog kifejez azonosságot, összefüggést és osztályozottságot. A fogalom is a »lehető dolgok« közé tartozván, a priori bizonyos, vagyis mi sem természetesebb mint hogy a fogalom is minden esetben ezt a három mozzanatot: az azonosság, összefüggés és osztályozottság alapkategóriáit fejezi ki.

Avval, hogy ily módon a fogalom alkotómozzanatait a legvégső logikai alapra vezettük vissza, még távolról sem oldottuk meg a fogalom elméletének összes problémáit. Hátra van, hogy az alkotómozzanatoknak egymáshoz való viszonyát vizsgáljuk. E viszonyt, mint már jeleztük (10. §.), a mennyiben a tárgy és tartalom között áll fenn, *jelentésnek* mondjuk, a tartalom és kör viszonyát *vonatkozásnak* nevezzük, végre a kör és relatio kapcsolata a *rendszer-tani hely* mozzanatában nyilvánul. Legközelebbi feladatunk e három mozzanat mibenlétét és jelentőségét tisztázni.

21. §. A fogalom *tartalmának* és *tárgyának* viszonyát tehát *jelentésnek* nevezzük. A jelentésnek azonban kétféle értelmét kell gondosan széjjeltartanunk: a *psychologiait* és a *logikait*. Az előbbi szempontból a jelentés egy, a megismerő *alany* részéről kiinduló vonatkoztatási actus, tehát lényegileg egy pszichikai történés, mely által jelentést *felismerünk* és jelentést *tulajdonítunk*. Eddig csaknem kizárólag a jelentés eme lélektani értelmével foglalkoztak, miközben nem mindig vették észre, hogy a jelentés eme fogalma a megismerő alany pszichikai életével áll és bukik s így tárgyalása nem a logikába, hanem a gondolkodás pszichológiájába tartozik.<sup>41)</sup> A jelentés a tiszta logikai értelemben véve egészen független a jelentést felismerő egyéni pszichikai actustól, mert azon *viszonyt* jelenti, mely a fogalom tartalma és tárgya között áll fenn. E viszony

azt teszi, hogy a fogalom tartalma és tárgya összetartoznak, még pedig azon specifikus módon, hogy a tartalom a tárgyra *utal*. E relatiót nem mi, megismerő emberek teremtjük, de *felismerjük*: e relatio emberi megismerésünktől függetlenül is fennáll.

Ez utóbbi körülmény szem előtt tartása különösen, fontos az oly fogalmaknál, a melyek tartalma végiggondolhatatlan számunkra. Mert ha abból indulunk ki, hogy a jelentésnek csak mint alanyi vonatkoztatási actusnak van értelme, akkor az ily fogalmakat mint képteleneket el kell vetnünk. Ez esetben például az »actualis végtelen nagy«-nak fogalmát el kell vetnünk, mint a melyet emberi gondolkodásunkkal nem tudunk végiggondolni s így *ebből a szempontból* nem is tudunk neki jelentést tulajdonítani. Ez a psychologismus álláspontja, melylyel szemben a logismus azt tanítja, hogy a jelentés az emberi gondolkodástól függetlenül is fennálló objectiv érvényességi viszonylat – s így minden oly fogalom logikai fennállása elismerendő, mely logikai alappal (ratióval) bír, még ha emberi gondolkodásunkkal nem is vagyunk képesek azt végiggondolni. Oly tanulságos az e pont körül kifejlődött ellentét a matematikusok táborában, mint amely mélyen bevilágít a logika és a szaktudományok fejlődésének szoros kapcsolatába, hogy legyen szabad arra röviden kitérnünk.

Az »actualis végtelen nagy«-nak fogalmát öntudatossá a matematikában leginkább a halmazelmélet tette. De nemcsak öntudatossá tette, hanem *G. Cantor* és *Dedekind* classikus vizsgálatai e mindaddig mystikus és homályos fogalmat egyszeriben a legvilágosabb matematikai alapfogalmak közé emelték, a mennyiben annak a következő szabatos meghatározására vezettek: »végtelen nagy az a halmaz, mely leképezhető egy valóságos alkotórészére«. Logikai szempontból az teszi e definitiót rendkívül tanulságossá, hogy példáját adja oly defínióknak, mely pontos és világos fogalmat épít fel, jöllehet e fogalom tartalmát nem vagyunk képesek »végiggondolni«, vagy éppen érzéki képekben visszaadni. Ezáltal végleg megszabadít a psychologismus nyűgétől, mely itt is mint mindenütt az emberi szellem műveleteitől teszi függővé valamely igazság, illetőleg



fogalom fennállását (érvényét), mert akként okoskodik, hogy a végtelen nagy számnak fogalma ellenmondó, mert »az sohasem fejeződhetnék be«. Pedig jól jegyzi meg *Frege*: »Dass wir uns keine Vorstellung von einer unendlichen Anzahl bilden können, ist ganz unerheblich und würde endliche Anzahlen ebenso treffen.«<sup>45)</sup>

Előrelátható volt, hogy a logikus szempont ez előrenyomulása a matematikai fogalomalkotásban viszont öntudatosá tette számos matematikusnál ég philosophusnál a psychologismus mérvét, mely gondolkodásukba befészkelte magát. Ez a többé-kevésbé öntudatos psychologismus az, mely a halmazelmélet sajátos eredményeinek elismerését számos matematikus részéről még ma is gátolja. Így *Poincaré* a halmazelméleti antinómiákat is az »actualis végtelen nagy« vagyis a végtelen halmaz fogalmának hibás voltára vezeti vissza.<sup>46)</sup>

A psychologistikus álláspont tarthatatlanságát azonban mindennél jobban az a következtelenség mutatja, melybe hívei szükségképen bonyolódnak, midőn elismerik az egész természetes számok végtelen sorát, holott ez is már lélektani szempontból nem gondolható végig. És találóan mutat *Zerméio* arra, hogy ha az actualis végtelen nagynak fogalmát következetesen kiküszöböljük a matematikából, alig maradna valami elfogadható tartalma e tudománynak.<sup>47)</sup> Joggal tekintjük e belátást a logismus diadalának korunk matematikai gondolkodásában, mely végelemzésben a jelentés pszichológiai és logikai értelmének elválasztásában gyökerezik.

22. §. A fogalom *vonatkozása* – mint mondtuk – a fogalom *tartalmának* viszonya a fogalom *köréhez*. Miután pedig a fogalom köre nem egyéb mint a fogalom tárgyainak összessége numerikus tekintetben (10. §.), e viszony – halmazelméleti terminussal élve – azon esetben, ha a fogalom körét csak *egy* tárgy alkotja (az egyes fogalmaknál), egy-egy értelmű leképezést képvisel, abban az esetben pedig, ha a fogalom köre több tárgyat ölel fel, egy-több értelmű leképezést jelent (a többes fogalomban). A többes, vagyis a halmazfogalomnál tehát ép a vonatkozás mozzanatából kifolyólag *egy* mozzanat (a tartalom) leképezési viszonyban áll *több* mozza-

nattai (a fogalom tárgyaival). E körülmény figyelembevételével napjaink egyik legérdekesebb logikai problémáját: a *Zermelo-féle kiválasztási elv* (Auswahlprinzip) igazolásának kérdését oldhatjuk meg.

A kiválasztási elvet maga *Zermelo* így fogalmazza meg: »Eine Menge  $S$ , welche in eine Menge getrennter Teile  $A, B, C \dots$  zerfällt, deren jeder mindestens ein Element enthält, besitzt mindestens eine Untermenge  $S_i$ , welche mit jedem der betrachteten Teile  $A, B, C \dots$  genau ein Element gemein hat.« A kiválasztási elv más szóval azt teszi »dass Belegungen  $\gamma$  überhaupt existieren, also auf dem Prinzip, dass es auch für eine unendliche Gesamtheit von Mengen immer Zuordnungen gibt, bei denen jeder Menge eines ihrer Elemente entspricht, oder formell ausgedrückt, dass das Produkt einer unendlichen Gesamtheit von Mengen, deren jede mindestens ein Element enthält, selbst von Null verschieden ist<sup>48</sup>). *S* hozzá teszi: »Dieses logische Prinzip lässt sich zwar nicht auf ein noch einfacheres zurückführen, wird aber in der mathematischen Deduktion unbedenklich angewendet.«

Mi ez utóbbi nézetet nem osztjuk: a kiválasztási elvet igenis lehet nálánál elemibb logikai mozzanatra visszavezetni, még pedig a következő gondolatmenet alapján. Maga a »Zuordnung« vagyis a mellérendelés már *egyik esete* az összefüggésnek általában. Ha nem tennők fel, hogy a »princípium cohaerentiae« érvényes, mely szerint minden dolog összefügg – nem volna jogunk ily mellérendelést sem felvennünk minden esetben s így a jelen esetben sem, midőn mellérendelési viszonyt veszünk fel végtelen számú halmaznál is az egyes halmazok és egy-egy elemök között. Nyilvánvaló tehát, hogy a kiválasztási elv egyik *specialis esete* a princípium cohaerentiae-nek. De már ebben az állításban bennrejlük az a másik állítás, hogy az általános összefüggésen kívül *még egy* momentum rejlik a kiválasztási elvben, mely annak ép úgy sine qua non feltétele mint maga a princípium cohaerentiae. Ez újabb mozzanat abban áll, hogy már az *egyes* halmaz fogalmából következik az a lehetőség, hogy annak *egy* eleme a halmaz fogalom mellé rendelhető. Mert a halmaz mindig elemek összessége, mely elemek mindegyike már ép általt, hogy *egy elem*.

valamiféle *egységet* jelent. Viszont a halmaz maga megint *egység*, t. i. mint elemek egysége, összefoglalása. *Azonosság*ot e kétféle egység között nyilván nem volna jogunk felvenni, mert hiszen az »egység« mindkét esetijén mást és mást jelent, de *megfelelőséget*, vagyis *leképezési viszonyt* van jogunk köztük felvenni, mert megegyeznek abban, hogy általában valamiféle egységet jelentenek. Ez pedig nem mond kevesebbet mint azt, hogy már magának a többes (halmaz) fogalomnak lényegéből következik a kiválasztási elv érvénye, mert hiszen a többes fogalomban (halmazban) ipso facto már kétféle egység foglaltatik: az elemeknek mint *egyes* mozzanatoknak egysége és az elemeknek *mint összességnek* (halmaznak) egysége, a mely kétféle egység minden különbözőségük daczára is, az »egység« általános fogalmában található. Ép e találkozás az, a mit mellérendeltségnek vagyis emberi szempontból a kiválasztás lehetőségének nevezünk. Az pedig, hogy e mellérendelés végtelen sok halmazra is áll, már nem szorul külön bizonyításra, valamint azt sem kell külön igazolni, hogy végtelen sok háromszög mindegyikére egyaránt áll a háromszög valamely tipikus tulajdonsága. Nem szükséges e bizonyítás, mert már a halmaz vagyis a többes fogalom *definiációjából* következik a fenti mellérendelés, mely alól ép ezért nem lehetséges kivétel. Így tehát a kiválasztási elv érvénye a fogalom tartalma és körének viszonyában, vagyis a vonatkozás mozzanatában gyökerezik.<sup>49)</sup>

23. §. A fogalom *köre* és *relációja* határozza meg azt, a mit *rendszerintani helynek* mondunk. A kör jelenti mindazon tárgyak összességét, melyekre a fogalom numerikus tekintetben vonatkozik: a relatio pedig azon kapcsolatokat, a melyekben a fogalom más fogalmakkal áll. A rendszerintani hely is a fogalomnak más fogalmakhoz való viszonya által van feltéve: jelenti ép azon *helyzetet*, mely az összes fogalmak logikai hálózatában valamely fogalmat megillet, a melyet elsősorban a fogalom köre és relációja határoz meg, de közvetve reá természetesen a tartalom és tárgy is befolyolnak, hiszen kör és relatio ez utóbbiakból következnek. *Bolzano* tételéből kifolyólag, mely szerint minden igazság minden igazsággal összefügg s így minden fogalom is kapcsolatos minden más fogalommal, az összes fogalmak egy nagy hálózatot alkotnak: e hálózatban

azon *pont*, mely valamely fogalmat megillet, annak rendszertani helyét alkotja. A rendszertani hely fogalmának kidomborítása adja csak meg a fogalom elméletének a befejezettséget és teljességet már azért is, mert új szempontból világítja meg a tiszta logikai és a gyakorlati logika álláspontjának mely különbségét. Az előbbi szerint a fogalom rendszertani helyét a fogalom tárgyából, tartalmából, köréből és relációjából fakadó mibenléte határozza meg, bár e meghatározó momentumokat teljesen nem is tudjuk megismerni, az utóbbi, vagyis a gyakorlati, az anthropologiai (psychologiai) szempontokat tekinteti) vevő logika szerint a fogalom rendszertani helyét *ismereteink foka* határozza meg, t. i. az a körülmény, hogy a fogalmat milyen más fogalmakkal tudjuk *tényleg* összefüggésbe hozni. Ebből folyólag ez utóbbi szempontból valamely fogalom rendszertani helye *változik*: mobilis és mozgását tudásunk fejlődése határozza meg; míg a tiszta logika értelmében véve a rendszertani helyet az öröktől fogva mozdulatlan s egyazon pontot foglalja el a tőlünk függetlenül fennálló igazságok rendszerében, tekintet nélkül arra, vajjon az e helyet megadó logikai mozzanatokat meg-e tudjuk adni a maguk teljességében-e vagy sem. A rendszertani hely fogalma történetileg először nyilván *Fiaton* eszmetanában jelenik meg: ez a platói ideák »mozdulatlansága« és rangsora, melyet már Aristoteles nagy mértékben félreértett.

A rendszertani hely fogalma előtérbe tolja a fogalmak, illetőleg az igazságok *különbségének kritériumát*. Ez utóbbit meg kell határoznunk, különben nem beszélhetünk egymástól elkülönülő rendszertani helyekről a fogalmakra nézve. Természetesen objectiv és nem subjectiv kritériumot keresünk, mert hiszen az a körülmény, hogy az igazságok a szerint különböznek egymástól, hogy »mily szempontból« tekintjük őket, a tiszta logikában nyilván használhatatlan.

A keresett objectiv kritériumot abban a körülményben látjuk, hogy *különböző igazságok azok, a melyeknek különböző tárgyak van*. A fogalom identikus igazság, tehát különböző fogalmak is azok, a melyek különböző tárgyakra vonatkoznak. Az ontológiai fogalmak körében annak az eldöntése, vajjon valamely fogalom egy másiktól absolute különbözik-e, ama

metaphysikai probléma megoldásától függ, vajjon mi alkotja a valóság már elemi mozzanatát. Szerencsére azonban a tiszta logikának itt is mindenütt, csak a *formai* szempontokat kell tisztáznia s így befejezte feladatát, ha kimutatta, hogy *kell lenni* már elemi ontológiai fogalmaknak, ha ilyeneket esetleg in concreto soha nem is érünk el.

A különböző fogalmak alkotják az igazságrendszernek csomóit, vagyis a hálózat azon pontjait, melyeke relációk kiindulnak. Amde minden egyes fogalom – mint láttuk (14. §.) – egy végtelen fogalomsornak kiindulópontja. Az igazságrendszer mátrixa tehát oly csomópontokból áll, melyek mindegyike ismét egy végtelen sok tagból álló identikus igazságrendszert vagyis fogalomrendszert tartalmaz, melynek minden egyes tagja ismét egy hasonlóan végtelen számú tagból álló fogalomrendszert tartalmaz – és így a végtelenig. Az igazságrendszer tehát végtelen halmazt alkot, melyre áll annak főkritériuma is, hogy t. i. leképezhető egy valóságos alkotórészére. A tiszta logika további kutatásának feladata, hogy ily módon mindinkább *mélyítve a rendszertani hely fogalmát* részben a halmazelmélet, részben talán a csoportelmélet (Gruppentheorie) útmutatása nyomán kifejtse az igazságrendszer formai tulajdonságait, illetőleg rámutasson azon különbségekre, melyek fennállanak a végtelen elemből álló igazságrendszer s más végtelen halmazok, illetőleg csoportok között. E program még úgyszólván szűz területet jelöl meg, melynek megmunkálása elsőrangú philosophiai érdek.

24. §. Jelentés, vonatkozás és rendszertani hely együtt *határozzák meg* a fogalom érvényességét. Az érvényesség valami egyszerű, felbonthatatlan mozzanat s ezért nem mondható, hogy e három momentum *alkotórésze* volna az érvényességnek, hanem *feltételei* annak; azon körülményeket képviselik, melyektől az érvényesség *függ*, de nem azokat, a melyek azt *alkotják*. Ez érvényességben áll a fogalom fennállása, mely épen ezért időtlen mozzanat, vagyis megmarad változatlanul akkor is, ha a fogalom tárgya változik is, sőt ha az keletkezik és el is múlik. Valójában: az, a mit mi fogalomnak nevezünk a tiszta logikában, nem egyéb mint a platonikus idea s azt hiszszük, hogy a platói eszmék fogalmában rejli

dualismust soha nem lehet túlhaladnunk. Azt hiszszük, hogy a platói idea nélkül sem a megismerést, sem világunkat az ő ezerféle keletkezés és elmúlásával, sem értékeléseinket nem érthetjük meg. Ennek a kifejtése azonban már túlhaladja nemcsak e tanulmány kereteit, de a logika birodalmát is. Talán sikerült az előzőkben e világnézet első lépcsőjét: a *fogalom autarkeiáját* újra elérnünk, a hogy azt már *Sokrates* és *Fiaton* gondolkodásában az emberi szellem a múltban átértette volt. És talán sikerült kimutatnunk, hogy az emberi gondolkodás legújabb fejleményei, nevezetesen korunk matematikai speculációja hasonló irányba tereli a bölcselkedést mint a merőben logikai meggondolások. Talán sikerült egy lépéssel megközelítenünk azon magaslattot, mely a tiszta logikai értelemben vett fogalom problémakörének legalább termékenyítő áttekintésére képesít.

## JEGYZETEK.

1. A logikai alapelvek elméletéhez. Székfoglaló értekezés. (Értekezések a philosophiai és társadalmi tudományok köréből, kiadja a Magyar Tudományos Akadémia) Budapest, 1911. 6. s k. lk.

2. Neue Grundlagen der Logik, Arithmetik und Mengenlehre. Leipzig, 1914. 4. 1.

3. Hogy nem lehet a logikát az ismeretelméletre építeni, hanem csak az ismeretelméletet a logikára, e nézetrel már mindgyakrabban találkozunk az újabb logikusoknál, így pl. *H. Cohen*: Logik der reinen Erkenntniss. Berlin, 1902. 34. 1., bár ez álláspont következetes keresztülvételét még nem tapasztaltuk, így éppen *Cohen*, bár felismeri a logika autonómiáját, mindennek végső magyarázóelvét »a gondolkodás «-ban s annak synthesiseiben látja, miközben elkerüli figyelmét, hogy evvel ismét psychologismusba esik, lévén a »gondolkodás« legfinomultabb formájában is, elvégre is mindig pszichikai tények összessége, melyet valamely *alany*nak kell tulajdonítanunk.

4. Mint teszi napjainkban pl. *König Gyula*, i. m. 85. 1.

5. V. ö. erre vonatkozólag már *F. Brentano* pontos elemzését Vom Ursprung sittlicher Erkenntniss, 1899. 79–84. lk. és újabban *E. Husserl*: Ideen zu einer reinen Phaenomenologie und phänomenologischen Philosophie. Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung. B. I. Teil I. Halle a. S. 1913. 39. 1.

6. így *I. Royce*: Prinzipien der Logik. (Encyclopaedie der philosophischen Wissenschaften hrsg. v. W. Windelband u. A. Rüge.) B. L. 1912. 111. 1. *Husserl* találóan »mathesis universalis«-nak nevezi a tiszta logikát. Ideen etc., 17. L

7. V. ö. Az ethikai megismerés természete ez. munkánkat. Budapest, 1907. 19. 1.

8. *Hegel* szerint a fogalom »(ist) die höhere Einheit und die Wahrheit des Seins und des Wesens, die für sich seiende substantielle Macht, daher das Freie und die Wahrheit der Substanz«. Encyclopaedie der philosophischen Wissenschaften. §. 138.

9. Lehrbuch zur Einleitung in die Philosophie. 4. kiad. Königsberg. 1837. 51. 1.

10. »Ein Begriff ist eine Satzfunktion in Hinsicht auf eine Variable. - (Encyclopaedic d. phil. Wissenschaften hrsg. v. W. Windelband u. A. Rüge.) I. k. 158. 1.

11. *Bolzano*: Wissenschaftslehre. I. k. 1837. 216., 218., 220. lk.

12. A logikai alapelvek elméletéhez, 33–38. lk.

13. *Analyt. prior.* I. c. 1. p. 24. b. 16.: ὄρον δὲ καλῶ εἰς ὄν διαλύεται ἡ πρότασις.

13a. Az identitás mozzanatát emeli ki legújabbán a fogalomban *A. Dubs* is. (Das Wesen des Begriffs und des Begreifens. 1911. IL TU. I. 1.) Úgy találja azonban, hogy az egyszerű azonosságon felül a fogalom mindig *törvényszerűséget* is jelent. Nézetünk szerint azonban a törvényszerűséget kifejező fogalom csak *egyik faja* lehet a fogalomnak s nem a fogalomnak egyetemes typusa. Mert hiszen pl. egy egyetlen individuumnak, teszem Petőfinek fogalma nem fejezhet ki törvényszerűséget, mert ez utóbbi mindig ismétlődést tesz fel, a mit ép az egyetlen individuum fogalma kizár (Rickert, Windelband). Különben is: a törvényszerűség már *tétel*-ben nyer kifejezést, melynek *eleme* s így *előfeltétele* a fogalom! *Dubs* is hódol amaz új kantianus előítéletnek, hogy a törvényszerűség képviseli minden téren a végső magyarázóelvet, holott ez már egymástól elkülönülő elemeket tesz fel, *a melyek* relatiója törvényszerű! A fogalom ép e végső elemeket jelenti, amellet, hogy jelenthet relatiókat is. De a relatio, vagy épen a relatióknak azon sajátos módja, melyet törvényszerűségnek nevezünk, nem lehet *minden* fogalomnak közös mozzanata.

14. Hasonló álláspontot foglal el *B. Croce*: *Logica come scienza del concetto puro.* 1909. 26. 1.

15. V. ö. Az ethikai megismerés természete, 18 1.

16. *Aristoteles* szerint tudvalevőleg az εἶδος megnyilvánulási foka adja a lény igazságának fokát. (*Metaphys.* II. c. 1. p. 993. b. 31.) Az objectiv igazság tanáról *Aristoteles*nél 1. újabbán *Lask*: *Die Lehre vom Urteil,* 1912. 145. 1.

17. E tant legkifejlettebb formájában a ma még kevésbé ismert *Grosseteste* lincolni püspöknél találjuk meg a XIII. században. Nála az igazság definitiója már *normativ* alakot ölt: a lényeg mint megvalósulandó mozzanat lép előtérbe. De veritate p. 135: Veritas rerum est earum esse, prout debent esse. (*Philosophische Werke* von Robert Grosseteste. zum erstmal vollständig in kritischer Ausgabe besorgt von Dr. Ludwig Baur, Münster i. W. 1912) Beiträge z. Gesch. d. Philos. d. Mittelalters hrsg. v. C. Baeumker B. IX.) Ez álláspont logikai és történeti előzménye kétségkívül *Aristoteles* azon tétele, hogy az εἶδος egyúttal a *czél*, (το οὐ ἐνεκα-) minden lénynél (De gener. et corrupt., II. c. 9. p. 335. b. 6.) s így valamely lény annál *igazabb*, vagyis annál inkább igazán az, a mi, mentül inkább azzá vált, a mivé *lennie kell* lényegénél fogva: εκαστον ὡς εἶναι του εἶναι, οὕτω και της ἀληθείας. (*Metaph.*, II. 1. p. 993. b. 31.) Ez a tárgyi, a későbben »ontológiai«-nak nevezett igazság, cf. F. Grosseteste: De veritate p. 135.: »... Veritas est defectus privatio. sive essendi plenitudo; tunc



e nim est vera arbor cum habet plenitudinem esse arboris caretque defec-tione esse arboris, et haec plenitudo essendi quid est nisi conformitas rationi arboris in Verbo aeterno«. Hasonlóképen *Aquinoi Tamás*: Summa c. Gentiles. I. c. 60.: »licet verum proprie non sit in rebus sed in mente, res tamen interdum vera dicitur secundum quod proprie actum propriae naturae consequitur«. Az aristotelikus bölcsészet mély concepcióját az ontológiai igazságról csak kevésbé méltányolták az új korban. így pl. *Spinoza* igen naiv módon érti félre. (Cogitata metaphysica., p. I. c. 6.) Örvendetes kivétel ez alól napjainkban *Lask*, ki e tan jelentőségét fel-ismeri s hozzá kapcsolja azon, az aristotelesi szellemből fakadó tételét, mely szerint érvényesség nemcsak ítéletben nyerhet kifejezést, mert az ter-mészeténél fogva »übergengsätzlich«. V. ö. Die Lehre vom Urteil, 1912. 137. s k. lk. és Die Logik der Philosophie und die Kategorienlehre, 1911. 31.. 34. lk.

18. Ez alkotómozzanatok közül a tárgy, tartalom és kör distinctiója majdnem általános az újabb logikai irodalomban. *Husserl* is megkülön-böztet tárgyat és tartalmat a »noema«-ban, melyen – ha jól értjük – nagyjában azt érti, a mit mi tiszta logikai értelemben vett fogalomnak nevezünk. Ideen etc., 269. 1. A noema jelentését azonban azonosítja a tartalommal (267. 1.), mely nézetét nem oszthatjuk. Általában: Husserlnél a phaenomenologia és logika viszonyára nézve bizonyos homályt észlelünk s úgy látjuk, hogy a logika abszolút autonómiáját minden egyéb meg-állapítással s így a phaenomenológiával szemben is, nem ismeri fel. Holott a logika előfeltétele a phaenomenológiának is, mert "hiszen ez is *fogal-makra* törekszik, pl. a phaenomenologia fogalmát iparkodik bevezetesképen tisztázni s így *felteszi a helyes fogalom* fogalmát, melyet nem lehet tehát magából a phaenomenológiából származtatni. Talán e homály miatt is nem hatolt Husserl mélyebbre a »noema« elméletébe.

19. V. ö. *Descartes*: Règles pour la direction de l'esprit. Oeuvres, publiées par Victor Cousin, Paris, 1826, t. XL, p. 222.: »J'ai découvert que toutes les sciences qui ont pour but la recherche de l'ordre et de la mesure, se rapprochent aux mathématiques«.

20. Hogy a matematika specialis módszere az összehasonlítás, erre nézve l. *A. B. Schweitzer*: Les idées directrices de la logique génétique des mathématiques. Revue de métaphysique et de morale, XXII. évf., 1914. 196. 1.

21. V. Ö. *Metaphys.*, I. XIII. c. 6. p. 1080. a. 22.: εν γαρ ηω μαθ-ημα-τηρ ουδέν διαφέρει ουδεμία μονάς ετέρα ετέρας.

22. V. ö. A logikai alapelvek elméletéhez. 42. s k. lk.

23. Ugyanott, 14. 1.

24. Ezekre nézve általában l. *Poincaré*: Science et méthode, 1909. 201. s k. lk.

25. T. ö. ugyanott, 205. 1.

26. Ugyanott, 205. 1.

27. Wissenschaftslehre, II. k. 331., 352. lk.

28. A logikai alapelvek elméletéhez, 20. 1.
29. Wissenschaftslehre, I. k. 173. 1.
30. V. ö. »A sorképzés princípiuma« ez. tanulmányunkat. (Különnyomat a Magyar Filozófiai Társaság Közleményei 1912. évi 4. számából) 10. 1.
- 30a. V. ö. *Spinoza*: De intellectus emendatione. (Opera quae supersunt omnia. Ienae, 1803. II. p. 425.)
31. A sorképzés princípiuma, 6. 1.
32. Ugyanott, 7. 1.
33. The principles of mathematics, vol. I. Cambridge, 1903. 113. s k. lk.
34. V. ö. *Aristoteles* fejtegetéseit az ε<sup>ε</sup>ν különböző értelméről Categ. c. 15. s napjainkban *Rehmke* idevágó jelentős distinctióit: Philosophie als Grundwissenschaft, 1910. 11. L, valamint *E. Husserl* vizsgálatait: Logische Untersuchungen, II. k. 1901. 354. 1.
35. V. ö. *De Morgan*: Formal logic or the calculus of infernnc. London, 1847. 37. 1.
36. Metaph., I. V. c. 9. v. ö. *Aquinoi Tamás*: Summa contra Gentiles, I. I. c. 17.
37. Metaphys., V. c. 10. p. 1018. a. 30.
38. *Schröder*: Algebra und Logik der Relative. Leipzig, 1895. 553. s k. lk.
39. V. ö. *Husserl*: Logische Untersuchungen, II. k. 113.1.: »Gleichheit ist das Verhältniss der Gegenstände, welche einer und derselben Spezies unterstehen«.
40. *Dedekind*: Was sind und was sollen die Zahlen? 3. Ann. Braunschweig, 1911. 11. 1.
41. V. ö. A sorképzés princípiuma, 6. 1.
42. *The principles of mathematics*, I. v. 203. 1.
43. V. ö. A logikai alapelvek elméletéhez, 23. 1.
44. A jelentés fogalmának a nem pszichológiai értelmét első ízben határozottan *Frege* hangsúlyozza, ki megkülönbözteti az »objectiv jelentés«-t (melyet ő »Sinn«-nek nevez) a »subjectiv jelentés«-től (Bedeutung). V. ö. Über Sinn und Bedeutung. Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik. B. 100. (1892.) 27–31. lk. (Idézi Russell – i. m. 502. 1.) Újabban *Lask* a jelentésnek objectiv értelmét úgy határozza meg, hogy abban lét és érvény egységét látja, az érvényességet pedig azonosítja a formával. V. ö. Die Logik der Philosophie und die Kategorienlehre, 33., 31., 34. lk. Igen érdekesek *Böhm Károly* vizsgálatai a jelentésről, bár nézetünk szerint a jelentés tiszta logikai fogalmát nem éri el ép alapvető subjectivismusánál fogva, mely az Én actusaiban látja minden philosophiai probléma végső magyarázóelvét. Innen van, hogy: az »Ember és Világa« IV-ik (posthumus) kötete, mely »a logikai érték tanát« ígéri, voltaképen pszichológiai fejtegetésekkel akarja a logikát megalapozni. Értzi ezt maga *Böhm Károly* is, midőn így szól (402. 1.): »Azt vetik

ellenm, hogy ez nem logika, hanem psychológia! Nem is állítottam egyebet. A logikai tényt az egyéni lélek szűk köntösében mutattam lie. De nincs semmi kényszerítés arra, hogy ezen korlátoltság határai közt *maradjunk* is; sőt nem is lehetséges itt végleg maradjunk. Mi szorítana? Ismerünk-e más. mint »elket«? Bizonyára nem ismerünk: korlátolt jelentés lehet sok, de mindeniknek aranycsírája a *szellemiség*. Itt nyilván kiderül, hogy Böhm a psychologisinusból, melybe való sodortatását jól érzi, nem úgy akar menekülni, hogy lét és érvényt megkülönböztetve a logikát az érvényességi momentumok tanának fogja fel, mely *előfeltétele*, logikai priusa minden psychológiának és minden ontológiának, hanem azáltal, hogy az En szellemiségét világszellemiséggé bővíti s *ettől* teszi függővé a logika structuralját. Ámde ezáltal nyilván ama petitio principiibe esik. melyet fönnebb (2. §.) jeleztünk. Mert hiszen minden állítás, minden fogalom s így az En fogalma is már *felteszi* a logikum korlátlan érvényét, s így nem lehet ez érvényt azután az En valamely saját-ságától függővé tenni. (V. ö. A logikai alapelvek elméletéhez 33–36. lk.) Nem lehet a logikát a metaphysikára építeni, hanem csak a metaphysikát a logikára. Böhm e tévedése szükségképi következménye a subjectivismusában rejlő πρωτον ψευδος-nak, mely az Ennek végül mégis csak psychologiai és ontologiai mozzanatában látja a végső alapot, melyre minden philosophiai magyarázatnak építenie kell. Érdekes azonban megfigyelni, hogy Böhm *Fichte* subjectiv idealismusáról mint tér át lassanként *Shelling* nézőpontjára. Művének utolsó kötetében »egy hátmögötti hatalom«-nak »a véges Én törekeny edényébe« való beteretjéséről szól (IV. 9. 1.), a mi az »Ember és Világa« I. kötete subjectiv idealismusának feladását jelenti. Ennek a gondolatreidszernek fejlődése csakis *Hegel* irányában haladhat tovább, s így a magyar idealismus is minden valószínűség szerint végigjárja a német idealismus útját. Kívánatos, hogy ez evolutio minél előbb megtörténjék, mert hiszen épúgy mint a német párhuzamos esetnél, itt is az a logismus igazának: a fogalom autarkeijának elismerésére fog vezetni. Itt említjük meg, hogy legújabbban *O. Külpe* is a »jelentés« értelmében veszi a fogalmat, melynek létezési módja az érvényesség és megkülönböztetendő az objectumtól. (Die Realisierung. Ein Beitrag zur Grundlegung der Realwissenschaften. I. k. 1912. 12., 27. lk.) Ámde Külpe a fogalom tiszta logikai conceptiójáig mégsem emelkedik, mert nem tud a subjectiv megismerési szempontból elvonatkozni: a fogalom előtte »ein Element der Darstellung« (ib. 234. l), mely a »jel« fogalmától sem független. (II. 226. l) »Begriffe sind für die objektive Wissenschaft *fixierte Zuordnungen* zwischen Zeichen und bezeichneten Gegenständen.« Hasonlóképen nom jut el teljesen *Husserl* sem odáig, hogy a fogalomban rejlő jelentés minden elismerő tudattól és így minden »gondolkodás«-tól függetlenül megálló relatióként fogja fel. A világnak jelentése (Sinn) feltesz »absolut tudatot« (Bewußtsein), mely »Feld der Sinngabung«. (Ideen etc. 91. l.)

Bölcselelnök szerint ép ezért abszolút, már semmiféle tudattól nem függő realitás annyi mint kerek négyszög. (Ib. 106. 1.)

45. Die Grundlagen der Arithmetik. 1884. 97. 1.

40. Science et méthode p. 212: »Il n'y a pas d'infini actuel: les Cantoriens l'ont oublié et ils sont tombés dans la contradiction.«

47. V. ö. *Zermelo*: Atti del IV. congresso internazionale dei matematici. Roma 6–11. Aprile 1908. Vol. II. Sezione I., p. 11. »In (1er That ist jede Irrationalzahl bestimmt durch einen »Schnitt« d. h. durch eine *unendliche* Menge rationaler Zahlen, und ebenso kann auch ein Limes immer nur durch eine *unendliche* Menge von Argument- und Funktionswerten definiert werden. AVer also wirklich Ernst machen wollte mit der Verwerfung des »Aktual-Unendlichen« in der Mathematik, der müsste folgerichtig bei der allgemeinen Mengenlehre und niederen Zahlentheorie stehen bleiben und auf die gesamte moderne Analyse Verzicht leisten.«

48. *Zermelo*: Xeuer Beweis für die Wohlordntmg. Mathem. Annal. 65. k. (1908) 110. 1.

49. Levezetésünk némileg hasonlít ahhoz, melyet *König Gyula* ajánl (Neue Grundlagen etc. 162–172. lk.). *König* is felismeri, hogy a kiválasztási elv logikai szükségképisége kimutatható, de az út," melyet e célból követ, lényegesen különbözik attól, a melyet mi választottunk. Az ő bizonyításának sarkpontja az, hogy ha több halmazból egy-egy elemet kiemelünk, e kiemelt elemekből alkotott kiválasztott halmaz (Auswahlmenge) matematikailag létezik. A mi deductiónk, a mellett hogy nem mond ellen e tételnek, mélyebben kísérli meg a bizonyítás megalapozását: már magában az *egyes* halmaz fogalmában pillantja meg a kiválasztási elv érvényének gyökerét. A mellett bizonyos hézagot látunk *König* gondolatmenetében, a mennyiben nem tartja szükségesnek a pr. cohaerentiae feltételeit, a mely pedig nyilván logikai előfeltétele az oly, összefüggéseket kifejező tételnek, a minő a kiválasztási elv.